

---

**I. Ueber die Zusammensetzung von Spectralfarben;  
von H. Helmholtz.**

(Theilweis vorgetragen in der Zusammenkunft der British Association  
zu Hull im September 1854.)

---

In meiner Abhandlung »über die Theorie der zusammengesetzten Farben«<sup>1)</sup> habe ich den Beweis geführt, daß Mischung farbiger Pigmente nicht nothwendig dieselbe Mischfarbe giebt, welche durch Zusammensetzung des entsprechenden farbigen Lichtes gewonnen wird. Bei dieser Gelegenheit hatte ich vermittelst einer eigenthümlichen Methode Untersuchungen über die Resultate der Zusammensetzung einfacher prismatischer Farben angestellt und dabei unter anderen, den früheren Annahmen widersprechenden Resultaten, auch gefunden, daß nur ein einziges Paar einfacher Complementarfarben, Indigblau und Gelb, im Spectrum vorhanden sey. Dies war, wie auch später Hr. Graßmann<sup>2)</sup> streng und ausführlich nachgewiesen hat, mit der von Newton aufgestellten Form, in der man das Gesetz der Farbenmischungen auszudrücken pflegte in geradem Widerspruche, auch wenn man die Vertheilung der Farben in Newton's Farbenkreise nach Belieben geändert hätte. Ich selbst habe das genannte Ergebnifs meiner damaligen Untersuchungen als höchst auffallend bezeichnet, vermied es aber, die Schlüsse, welche sich daran zu knüpfen schienen, weiter auszuführen, weil die sichere Bestimmung gerade der weissen oder weißlichen Farbentöne bei der Methode, welche ich gebraucht

1) Diese Ann. Bd. LXXXVII, S. 45. — J. Müller's Archiv für Anat. und Physiol. 1852, S. 461.

2) Diese Ann. Bd. LXXXIX, S. 69.

Poggendorff's Annal. Bd. XCIV.

hatte, große Schwierigkeiten darbot. Ich hob im Gegentheil hervor, daß zu einer sicherern Bestimmung der weißgebenden Strahlen, namentlich dem Felde der zusammengesetzten Farben eine größere Flächenausdehnung gegeben werden müsse. Uebrigens hielt ich es nach meinen damaligen Versuchen für wahrscheinlich, daß eine bessere Methode die Breite der weißgebenden Strahlen noch mehr beschränken würde, weil ich desto engere Grenzen für sie zu finden glaubte, je strenger ich in meinen Anforderungen an die Reinheit des Weiß war, und je mehr Uebung ich bekam, schwach gefärbte weißliche Töne als solche zu erkennen.

Eine weitere Untersuchung über diesen Punkt, die ich nach einer anderen Methode angestellt habe, hat mich nun gelehrt, daß jene letzte Voraussetzung falsch war, und daß ich hauptsächlich durch eigenthümliche physiologische Verhältnisse des menschlichen Auges bei jener früheren Methode verhindert worden bin, die außer Indigo und Gelb im Spectrum vorkommenden Complementarfarben als solche zu erkennen.

Die Methode, welche ich zu diesen neueren Untersuchungen in Anwendung gezogen habe, ist derjenigen ähnlich, welche Foucault<sup>1)</sup> beschrieben hat. Sonnenlicht horizontal von dem Spiegel eines Heliostaten *M* Fig. 2 Taf. I. in ein verdunkeltes Zimmer reflectirt, fällt zunächst auf einen schwarzen Schirm *S*, mit einem Spalte, welchen ich im Folgenden den *ersten* Schirm und *ersten* Spalt nennen werde. Die durch den Spalt gegangenen Strahlen fallen in der Entfernung von etwa 10 Fuß auf ein Prisma *P*, welches am vorderen Ende eines Fernrohrs angebracht ist. Zwischen Prisma und Objectivglas befindet sich ein rechteckig ausgeschnittenes Diaphragma *D*, um die neben dem Prisma vorbeigehenden Strahlen zurückzuhalten. Die Oculargläser des Fernrohrs sind entfernt, und das von der Objectivlinse *L*, nahe ihrem Brennpunkte entworfene und durch das Prisma in ein Spectrum verwandelte Bild des

1) Annal. Bd. LXXXVIII, S. 385. — *Moigno, Cosmos* 1853, T. II, p. 232.

ersten Spaltes wird hier auf einem *zweiten* Schirm  $S_2$  aufgefangen, der selbst wieder zwei Spalten hat. Die stärkeren Fraunhofer'schen Linien waren in diesem Spectrum sichtbar.

Die Construction des zweiten Schirms muß ich genauer beschreiben. Er ist in Fig. 1 Taf. I abgebildet. Seine zwei Spalten sollten dazu dienen, dem Lichte von zwei beliebig gewählten Farbstreifen des Spectrum den Durchgang zu gestatten. Sie mußten zu dem Zwecke in jede beliebige Entfernung von einander gebracht und jeder für sich beliebig erweitert und verengert werden können, um die Menge des durchgehenden Lichtes zu reguliren. Der Schirm besteht in einer viereckigen Messingplatte  $AABB$ , die bei  $C$  durch einen cylindrischen Stab getragen wird. Dieser Stab verschiebt sich in einer gespaltenen cylindrischen Hülse  $D$ , die in der Mitte eines mit drei Stellschrauben versehenen Brettes befestigt ist. Der Schirm kann also mit seinem Träger  $C$  auf und nieder geschoben, und in jeder Höhe mittelst des gespaltenen und mit einer Schraube versehenen Ringes  $E$  festgestellt werden.

Auf der Messingplatte  $AABB$  sind zunächst in schräger Richtung zwei Schlitten beweglich, deren Grundlagen die Messingplatten  $aa$  und  $\alpha\alpha$  sind. Mit  $bb$ ,  $\beta\beta$ ,  $c$  und  $c$  sind die Schienen bezeichnet, zwischen denen sich die Platten verschieben. Die beweglichen Platten werden durch die Schrauben  $d$  und  $\delta$  verstellt. Die Mütter dieser Schrauben sind in die an der großen Platte befestigten Messingklötze  $e$  und  $\varepsilon$  eingeschnitten, ihre Enden sind drehbar in den Klötzen  $g$  und  $\gamma$  befestigt, welche mit den beweglichen Platten  $aa$  und  $\alpha\alpha$  fest verbunden sind. Durch Drehung der Schrauben  $d$  und  $\delta$  verschiebt man also die beweglichen Platten parallel den Schienen, zwischen denen sie als Schlitten gehen.

Auf der beweglichen Platte  $aa$  ist nun wieder als Schlitten beweglich die Platte  $f$  zwischen horizontalen Schienen angebracht, und durch die Schraube  $m$  zu verstellen; ebenso auf der Platte  $\alpha\alpha$  die Platte  $\varphi$  durch die Schraube  $\mu$  zu

verstellen. Zwischen den einander zugekehrten Rändern der Platten  $f$  und  $\varphi$  liegen noch die beiden dreieckigen ebenso dicken Platten  $l$  und  $\lambda$ , jene mit der Platte  $\alpha\alpha$ , letztere mit  $\alpha\alpha$  fest verbunden. Die einander zugekehrten Ränder von  $f$  und  $l$ , sowie die von  $\varphi$  und  $\lambda$  sind zugeshärft, und möglichst genau geradlinig und parallel gearbeitet. Zwischen ihnen bleiben die beiden Spalten, welche das Licht durchlassen sollen. Die vorderen Flächen von  $f$ ,  $l$ ,  $\lambda$  und  $\varphi$  sind matt versilbert, um das Spectrum deutlich darauf projiciren zu können. Die große Messingplatte  $AA$  hat natürlich in ihrer Mitte einen Ausschnitt um das Licht, welches die beiden Spalten passiert hat, hindurch zu lassen.

Der Ort, wo das Spectrum entworfen wird, ist durch das helle kleine Rechteck in der Mitte der Figur angedeutet. Verschiebt man nun mittelst der Schrauben  $d$  und  $\delta$  die Schlitten  $\alpha\alpha$  und  $\alpha\alpha$ , so treten andere Farbentöne des Spectrum durch die Spalten. Durch die Schrauben  $m$  und  $\mu$  kann man dagegen die Breite der Spalten, also auch die Menge des durchgelassenen Lichtes beliebig regeln.

Das durch die Spalten getretene Licht trifft nun auf der Rückseite des Schirms zunächst eine zweite achromatische Linse  $L_2$  von kürzerer Brennweite als das Objectivglas des Fernrohrs. Diese entwirft mittelst der beiden durch den Schirm gegangenen Antheile einfachen farbigen Lichtes auf einem weissen Papierblatte  $B$  ein Bild von der Oeffnung des Diaphragma  $D$ , welches sich zwischen dem Prisma und der ersten Linse befindet. Diefs Bild erscheint als ein gleichmäfsig gefärbtes Rechteck, welches, wenn nur durch einen Spalt Licht geht, in der Farbe dieses einfachen Lichtes, wenn durch beide, in der aus den beiden einfachen zusammengesetzten Farben erscheint. Um das Bild scharf, und, worauf hier alles ankommt, gleichmäfsig gefärbt zu erhalten, mufs man verschiedene Vorsichtsmafsregeln beobachten. Die Entfernung des ersten Spaltes von der ersten Linse mufs möglichst groß seyn, damit das Bild der Lichtquelle, der Sonne, auch

nahehin in die Ebene des Doppelspalts falle, und dadurch die Diffraction des Lichts durch die engen Spalten vermieden werde. Das Prisma und die erste Objectivlinse müssen frei von allen Unreinigkeiten seyn. Bei einzelnen Zusammensetzungen von Farben sind auch die Newton'schen Ringe sehr störend, welche in der dünnen Luftschicht zwischen dem Crown- und Flintglase der ersten achromatischen Linse entstehen, und in dem Farbenfelde mit abgebildet werden. Weil wir es hier mit zwei Bündeln homogener Lichtstrahlen zu thun haben, treten diese Ringe selbst an verhältnißmäßig dicken Luftschichten noch auf. Selbst ein Ring von Stanniol, den ich zwischen die beiden Linsen gelegt hatte, um sie von einander zu entfernen, beseitigte die Ringe nicht ganz. Am besten ist es, Balsam zwischen die Linsen zu bringen. Endlich müssen die beiden Spalte nach den Fraunhofer'schen Linien des Spectrums parallel gestellt werden, was durch die Stellenschrauben am Fufse des Schirms zu erreichen ist, und die Ebene des Doppelspaltes muß genau am Orte des von der Linse entworfenen Bildes des ersten Spaltes sich befinden. Ist letztere Bedingung nicht erfüllt, so bekommt das farbige Rechteck an verschiedenen Seiten verschiedene Farbtöne.

Hat man eine Farbenmischung gefunden, welche man für Weiß hält, so ist es rathsam noch von einer andern Stelle des Zimmers her weißes Himmelslicht eindringen und auf weißes Papier fallen zu lassen, um dessen Farbe mit der Mischfarbe zu vergleichen. Man darf auch nicht zu anhaltend auf die Mischfarbe hinsehen, nicht andere glänzende Farben daneben haben, wie ich schon in meinem früheren Aufsatze erwähnt habe.

Den weiteren Auseinandersetzungen schicke ich noch einige Bestimmungen über den Gebrauch der verschiedenen Namen von Farben voraus, um Zweideutigkeiten in dieser Beziehung zu vermeiden.

*Violett*, nach der Wortbedeutung Farbe der Veilchen (*viola*), gebrauche ich für die Uebergangsstufe des Blau in

Roth, in welcher ersteres überwiegt. Im Spectrum entspricht diesem Farbenton das brechbarere Ende zwischen der Linie *G* und *H* oder *I* (nach Stokes). Ich unterscheide es von *Purpur*, mit dem es im gewöhnlichen Sprachgebrauche zuweilen verwechselt wird, und welche Benennung auch von einigen Autoren geradezu für das brechbarere Ende des Spectrum gebraucht wird, indem ich den Namen des Purpurs nur für die röthlicheren Töne, also die Uebergangsfarben zwischen dem Violett und dem Roth der Enden des Spectrum gebrauchen werde. Mit Weifs gemischt giebt Purpur das Rosenroth. Im *Blau* hat schon Newton zwei Abstufungen unterschieden, *coeruleum* und *indicum*, und ausserdem gebraucht er die Benennung *cyanneum* für blaue Töne, welche dem Grün nahe stehen. Den Namen *Indigblau* für das brechbarere Blau, der einmal in die Wissenschaft eingebürgert ist, werde ich beibehalten. Das weniger brechbare Blau, Newton's *coeruleum*, hat man ohne besondere Bezeichnung als *Blau* oder, wie Graßmann, als *Himmelblau* dem Indigblau des Spectrum entgegengesetzt. Das Blau des wolkenlosen Himmels muß aber in der That als weißliches Indigblau bezeichnet werden. Ich habe es mittelst einer spiegelnden unbelegten Glasplatte <sup>1)</sup> mit reinem Gelb (dem des chromsauren Bleioxyds) gemischt, und gefunden, daß es wie sein Repräsentant unter den Malerfarben, das Ultramarin, schwach röthliches Weifs als Mischfarbe giebt, während das weniger brechbare Blau schwach grünliches Weifs geben würde. Wir können deshalb die weniger brechbaren blauen Töne des Blau im Spectrum nicht Himmelblau nennen, obgleich sie allerdings bei einer dem Auge bequemen Lichtstärke des Spectrum dem Himmelblau ähnlicher aussehen mögen, als das Indigblau. Das liegt aber nur daran, daß sie lichtstärker sind, deshalb weißlicher aussehen als das Indigblau, und so dem viel Weifs enthaltenden Himmelblau näher kommen. Ich werde deshalb für das weniger brechbare Blau, für welches ich keine geeignete Be-

1) S. meinen früheren Aufsatz, diese Ann. Bd. LXXXVII, S. 61.

zeichnung in der deutschen Sprache finde, Newton's Namen *cyaneum* anwenden und es *Cyanblau* nennen. Der Name *Cyan* ist in die neueren Naturwissenschaften eingeführt worden mit Beziehung auf die blaue Farbe des Eisencyanürcyanids. Diese Farbe entspricht in der That den weniger brechbaren Tönen des Blau, und erscheint grünlich neben Himmelblau. Im Spectrum nimmt das Blau den Raum zwischen den Linien *F* und *G* ein, so dafs etwa das an *F* stofsende Drittel dieses Raumes als Cyanblau, die anderen zwei Drittel als Indigblau bezeichnet werden können.

Als Repräsentanten des Grün betrachte ich den Farbenton des arsenigsauren Kupferoxyds, im Spectrum die Gegend der Linien *b* und *E*, als den des reinen Gelb, das fein niedergeschlagene chromsaure Bleioxyd, im Spectrum einen Streifen, welcher drei Mal so weit von der Linie *E* als von *D* absteht. Die Gegend der Linie *D* nenne ich *Goldgelb*, indem ich darunter einen Uebergangston zwischen Gelb und Roth verstehe, in welchem ersteres überwiegt. Bei überwiegendem Roth giebt es *Orange*, wie es zwischen den Linien *C* und *D* sich findet. Den Namen *Roth* wende ich nur auf den Farbenton des weniger brechbaren Endes des Spectrum an, nicht auf das Purpur, die Mischungen von Violett oder Blau mit Roth. Dem einfachen äufsersten Roth entspricht der Farbenton des Zinnobers. Der des Carminpulvers nähert sich schon dem Purpur, und mit Carminroth oder Kirschroth kann man die röthlicheren Töne des Purpur bezeichnen.

Nach der vorher beschriebenen Methode ist es nun ziemlich leicht, Weifs aus indigblauem und gelbem Lichte zusammenzusetzen. Es gelingt aber auch, obgleich nicht ganz so leicht mit einer Reihe anderer Farbenpaare, nämlich mit folgenden:

Violett	Grünliches Gelb
Indigblau	Gelb
Cyanblau	Goldgelb
Grünliches Blau	Roth.

Das Grün ist also die einzige einfache Farbe, welche keine einfache Complementarfarbe hat. Um Weiß zu bilden, muß es mit Purpur d. h. mit mindestens noch zwei anderen Farben Roth und Violett gemischt werden.

Ich sagte vorher, Weiß sey sehr leicht aus Gelb und Indigblau, weniger leicht aus den anderen neu hinzugekommenen Farbenpaaren zusammensetzen. Es kommen hier verschiedene Umstände zusammen. Zunächst findet nämlich das Auge bei diesen Farben Schwierigkeiten, sich dauernd für das farbige Feld scharf zu accommodiren. Es treten hier ähnliche Erscheinungen auf, wie sie Dove bei gewissen violetten Gläsern beschrieben hat, welche gleichzeitig rothes und violettes Licht durchlassen. Wegen der Farbenzerstreuung im Auge kann sich dieses nämlich nicht gleichzeitig für beiderlei Arten von Strahlen accommodiren. Entsendet ein leuchtender Punkt gleichzeitig rothes und blaues Licht, und ist das Auge für die Entfernung des Punktes bei rother Beleuchtung accommodirt, so giebt das blaue Licht einen Zerstreuungskreis. Es erscheint dann also ein rother Punkt mit blauem Hofe. Accommodirt sich das Auge für die blaue Beleuchtung, so erscheint ein blauer Punkt im rothen Hofe. Nun ist allerdings auch eine Accommodation des Auges möglich, wobei das rothe und blaue Licht gleich große Zerstreuungskreise bilden, also ein kleiner Lichtfleck von der Mischfarbe erscheint, aber wenn man diese Stellung des Auges auch für einzelne Augenblicke findet, so ist es kaum möglich sie dauernd festzuhalten, wenn der Unterschied zwischen der Brechbarkeit der beiden verschiedenen Lichtarten beträchtlich ist. In dieser Beziehung zeichnen sich die complementären Paare: Indigblau-Gelb und Cyanblau-Goldgelb vor den anderen Paaren dadurch aus, daß der Unterschied der Brechbarkeit für sie am kleinsten, also auch die Accommodation am leichtesten festzuhalten ist. Bei meiner früheren Methode war das mit der Mischfarbe bedeckte Feld sehr klein, und die Wirkungen der Farbenzerstreuung daher sehr auffallend. Bei der jetzt beschriebenen Methode treten sie weniger



hervor, obgleich man auch hierbei bald die eine, bald die andere Farbe am Rande aufblitzen, und das übrige Feld sich dann sogleich complementar färben sieht. Tritt man in einige Entfernung zurück, so trennen sich die vereinigten Farben ebenfalls, weil wohl die meisten menschlichen Augen für das blaue und violette einfache Licht kurzsichtig sind.

Zweitens war bei einigen Farbenpaaren das Auge höchst empfindlich für Beimischungen von sehr kleinen Mengen der einfachen Farben zu der weissen Mischung. Namentlich zeigt sich dies bei Roth und Grünblau. Wenn man das aus diesen beiden gemischte Weiss nicht ziemlich lichtschwach macht, behält es immer ein fleckiges und veränderliches Ansehen. Nicht nur machen sich die kleinsten Ungleichheiten in der objectiven Beleuchtung des Feldes durch Hervortreten einer der beiden Farben sehr bemerklich, sondern auch nach einander erscheint, wohl in Folge von Nachbildern, dieselbe Stelle bald röthlich, bald bläulich. Das Aussehen der Mischfarbe erinnert an den Versuch, wo man mit einem Auge durch ein rothes, mit dem anderen durch ein blaues Glas sieht, und das Gesichtsfeld mit veränderlichen Flecken beider Farben bedeckt erblickt.

Dann veränderte sich auch die Mischfarbe etwas mit dem Orte der Netzhaut der ihr Bild empfing. Schon Purkinje hat darauf aufmerksam gemacht, dass die Seitentheile der Netzhaut eine andere Empfindlichkeit für Farben haben, als die Stelle des directen Sehens, der gelbe Fleck. Hatte ich Roth und Grünblau so verbunden, dass das von ihnen gemeinschaftlich beleuchtete Feld so gut als möglich weiss erschien, und eher das Roth überwog, so wurde es sogleich entschieden grün, wenn ich einen neben dem hellen Felde liegenden Punkt des Papiers fixirte. Dasselbe war der Fall, wenn ich das Auge so nahe heranbrachte, dass das Feld der Mischfarbe einen sehr grossen Theil des Gesichtsfeldes bedeckte, also ausser dem gelben Flecke auch viele andere Theile der Netzhaut das Bild aufnahmen. Bei diesem Versuche kann die Farbenzerstreuung bei der

Brechung im Auge in der Mitte eines so großen Feldes keinen Einfluss haben. Aus der Ferne gesehen, erschien der erleuchtete Fleck dagegen auffallender Weise als ein rosenrother Punkt mit grünblauem Strahlenkreise.

Bei Indigblau-Gelb und Cyanblau-Goldgelb gelingt es meist ein Weiß herzustellen, bei dessen Anblick man in keiner Weise die Art der zusammensetzenden Farben erkennen kann, wenn man sie nicht schon kennt; Violett-Grüngelb läßt schon oft das eine oder andere am Rande hervorscheinen, aber Roth und Grünblau giebt bei einiger Helligkeit immer den Schein, als sähe man an jeder Stelle des Feldes stets beide Farben unvereinigt neben einander. Um zu erkennen, daß eine Mischfarbe da sey, und daß diese Weiß sey, muß man entweder die einfachen Farben unvermischt daneben stellen, oder das Licht schwächen. Beides sind aber allerdings Mittel, welche das Auge unfähiger machen, einen schwachen Grad von Färbung im Weiß wahrzunehmen. Um die beiden Farben unvermischt neben das Weiß zu stellen, braucht man nur das Papierblatt (*B* Fig. 2, Taf. I), auf welchem das gemischte Licht sich darstellt, etwas aus dem Brennpunkte der letzten Linse zu rücken, dann erscheinen an beiden Seiten des weißen Feldes farbige Ränder. Oder man hält ein dünnes Stäbchen vor das weiße Feld, welches unter diesen Umständen zwei Schatten wirft, einen rothen und einen blauen.

Was die Complementarfarbe des Grün betrifft, so nimmt Hr. Graßmann an, daß sie an den äußersten Enden des Spectrum vorkomme, für gewöhnlich aber sehr lichtschwach sey, und nur unter besonders günstigen Umständen (an heiteren Sommermittagen) zu sehen sey. Er beruft sich dabei auf eine Beobachtung von Hassenfratz <sup>1)</sup>, wonach Purpur, wie dieser es nennt, nur zu den genannten Zeiten im Spectrum zu finden sey, des Abends aber der Purpur

1) Ich setze hier voraus, daß das Citat auf S. 70 seines Aufsatzes, *Annalen* Bd. LXXXIX, einen Druckfehler enthalte, und es statt: »Bd. 13« vielmehr »Bd 23« heißen müsse. In Bd. 13, S. 441 ist nichts darauf bezügliches zu finden.

verschwinde, und das Spectrum dadurch kürzer werde. Mit Rücksicht auf die vielen späteren Beobachter, welche das Spectrum zu verschiedenen Tageszeiten untersucht haben, ohne am violetten Ende zu gewissen Zeiten einen Farbenton zu finden, war wohl voranzusetzen, daß Hassenfratz hier unter Purpur die Farbe versteht, welche gewöhnlich Violett genannt wird. Dasselbe findet man zuweilen auch bei Newton (wenigstens in der lateinischen Uebersetzung der Optik) und anderen Autoren. Um indessen die Sache außer Zweifel zu stellen, habe ich die Farbentöne der beiden äußersten Enden des Spectrum noch einmal untersucht. Zu dem Ende isolirte ich sorgfältig das schwache Licht dieser Gegenden nach einer schon früher <sup>1)</sup> von mir beschriebenen Methode von dem überwiegend helleren der mittleren Theile des Spectrum. Ich entwarf nämlich zunächst mittels eines Prisma und einer Linse ein Spectrum auf einem Schirme. Das Sonnenlicht war vorher nicht durch einen engen Spalt gegangen, sondern ich liefs es durch den Spiegel des Heliostaten geradezu auf das Prisma reflectiren. Der Schirm stand im Brennpunkte der Linse; auf ihm wurde daher gleichsam eine Reihe verschiedenfarbiger Sonnenbilder entworfen, die sich nur theilweise deckten, und so das Spectrum bildeten. Der Schirm hatte einen feinen Spalt, der entweder an das rothe oder violette Ende dieses unreinen Spectrums gestellt wurde, so daß außer zerstreutem weißem Lichte die farbigen Endstrahlen des Spectrum in möglichst großer Lichtstärke hindurchfielen. Etwa 10 Fufs von diesem Schirme entfernt stand ein zweites Prisma mit einem Fernrohre, durch welches das Spectrum des Spalts betrachtet wurde. Die gewöhnlich sichtbaren Theile dieses Spectrums hatten dann nur geringe Lichtintensität; an seinem einen Ende erschien dagegen ein elliptischer hellerer Fleck (ein verzogenes Bild der Sonnenscheibe) der die gewöhnlich wegen ihrer Lichtschwäche nicht gesehenen äußersten Strahlen in verhältnißmäßiger großer Lichtstärke und Reinheit

1) Diese Ann. Bd. LXXXVI, S. 513.

zeigte. Am rothen Ende sieht man nicht viel jenseits der Linie *A*. Bei geringer Lichtstärke erscheint im ganzen rothen Raume von *A* bis etwa *C* eine Farbe, welche der des Zinnobers ähnlich ist, und mit welcher verglichen die des gepulverten Carmins schon entschieden purpurn erscheint. Bei größerer Lichtintensität, wie sie bei *B* erreicht werden kann, nähert sich die Farbe mehr dem Orange, während das Roth in der Nähe von *C*, welches bei schwachem Lichte ganz denselben Farbenton hat, wie das der Gegend von *A*, sich bis zu blendender Stärke steigern läßt und dann gelb erscheint.

Das violette Ende des Spectrum verlängert sich bei Anwendung derselben Methode sehr bedeutend und eine genaue Vergleichung der Liniengruppen mit denen eines auf Chininlösung entworfenen Spectrums, und denen der von Stokes gegebenen Zeichnung <sup>1)</sup> hat mich gelehrt, daß das menschliche Auge alle die brechbareren Strahlen dieser Gegend noch sehen konnte, welche fähig waren durch die angewendeten Glasmassen hindurch zu gehen. Die äußersten Streifen, welche ich direct sehen konnte, und welche auch auf Chininlösung projecirt die letzten sichtbaren waren, sind die ersten beiden blässeren Streifen, welche Stokes in seiner Zeichnung unter der Gruppe *p* angemerkt hat. Um die Gruppe *p* überhaupt zu sehen, fordert Stokes eine sorgfältige Anordnung des Apparats und klaren Sonnenschein, und nennt das Licht dieser Gegend sehr schwach. Da die Lichtstrahlen meines Apparats durch zwei Prismen, zwei Objectiv- und zwei Ocularlinsen gehen mußten, darf es nicht auffallen, daß die äußersten Strahlen von Stokes Zeichnung fehlten, sowohl für die Chininlösung als für das Auge. Für diese Lösung war der Weg durch das Glas sogar noch um die Dicke der beiden Ocularlinsen, die weggelassen waren, kürzer. Die von Stokes mit *l*, *m* und *n* bezeichneten Gruppen kann man aber nach dieser Methode sehr leicht in viel reichem Detail darstellen, als es auf Chininlösungen geschieht,

1) *Phil. Transact.* 1852. II. Tafel. XXV. Fig. 1. (Ann. Ergzbd. IV, Taf. I. Fig. 1.)

und in der Zeichnung von Stokes abgebildet ist. Ich werde im Folgenden diese brechbarsten Strahlen die *übervioletten* Strahlen nennen, da der Namen der unsichtbaren Strahlen nicht mehr recht paßt, obgleich allerdings zugegeben werden muß, daß das Auge von ihnen verhältnißmäßig sehr wenig afficirt wird. Ihre objective Intensität ist offenbar nicht so gering, wie sich bei ihrer Wirkung auf fluorescirende Substanzen erweist. Wenn wir ein Spectrum auf gewöhnlichem weißem Papiere entwerfen, sehen wir von diesen übervioletten Strahlen nichts, weil sie von dem diffusen gewöhnlichen Lichte überstrahlt werden. Entwerfen wir das Spectrum dagegen auf Papier, welches mit Chininlösung durchtränkt ist, so kehrt an ihrer Stelle von den betreffenden Stellen des Spectrum das weniger brechbare Licht des fluorescirenden Chinin zurück, und obgleich die lebendige Kraft der Lichtschwingungen durch den Proceß der Fluorescenz gewiß nicht vermehrt wird, afficirt das durch sie erzeugte Licht von längerer Schwingungsdauer die Netzhaut lebhaft genug, um gesehen zu werden.

Was nun die Farbe des brechbarsten Endes des Spectrum betrifft, so ist zunächst zu bemerken, daß dieses unter allen seinen Theilen am schnellsten den Farbenton mit der Lichtintensität wechselt, und man muß hier Farben verschiedener Stellen, die man vergleichen will, nur bei nahe gleicher Lichtintensität beider vergleichen. Dazu giebt die beschriebene Methode eine gute Gelegenheit, da die violetten Strahlen nur dem in den Spalt dringenden diffusen Lichte, die übervioletten directem Sonnenlichte angehören, und sich daher in beiden Partien immer Stellen von gleicher Lichtstärke auffinden lassen. Bei geringer Lichtstärke hat der Raum zwischen den Linien *G* und *H* eine ziemlich gleichmäßige violette Färbung, die sich auch noch auf die Gegend von Stokes's Gruppe *l* ausdehnt.

Je lichtschwächer das Violett wird, desto mehr bekommt es einen Anflug von Rosa. Steigert sich die Lichtintensität, so wird der Farbenton dem Blau ähnlicher, und ent-

fernt sich immer mehr vom Purpur; er geht dann in ein weißliches Graublau über. Die übervioletten Strahlen jenseits der Gruppe  $l$  setzen die Farbenreihe keineswegs nach dem Purpur hin fort, sondern sind wieder indigblau bei geringer Lichtstärke, weißblau, wo es gelingt sie in größerer Lichtstärke zu sehen. Ich habe das überviolette Licht mehreren anderen Personen gezeigt, um nicht durch eine Eigenthümlichkeit meines Auges getäuscht zu werden, und alle bezeichneten die Farbe in der Weise, wie ich angegeben habe. Unter allen diesen brechbaren Farbentönen kommt also lichtschwaches Violett, etwa aus der Gegend der Linie  $A$  dem Purpur am nächsten; aber auch dieses ist durch einen weiten Zwischenraum in der Farbenreihe von dem äußersten Roth getrennt. Man kann in meinem Apparate durch Mischung von Violett und Roth eine sehr große Anzahl unterscheidbarer purpurner Farbentöne bilden, welche sich alle zwischen die Farben der beiden äußersten Enden des Spectrum einreihen lassen.

Da sich hier das erste Beispiel einer Umkehr in der Reihe der Farbentöne im Spectrum darzubieten scheint, möchte die Untersuchung des Spectrum von Quarzprismen, welche die brechbareren Strahlen nicht wie Glas absorbiren, für die Physiologie der Farbenempfindungen sehr wichtig seyn. Leider habe ich bis jetzt solche Prismen noch nicht erhalten können.

Ich gehe jetzt über zur Beschreibung einer anderen Reihe von Versuchen, welche zum Zwecke haben, das Verhältniß der Wellenlängen der complementären Farben zu ermitteln. Zu dem Ende nahm ich von dem zur Mischung des Lichtes dienenden Apparate den weißen Schirm ( $B$  Fig. 2, Taf. I) fort, auf welchem das Farbenbild entworfen wird, nachdem ich ein möglichst gutes Weiß hergestellt hatte, und stellte in der Entfernung von etwa 6 Fufs hinter dem Schirme  $S_2$  mit dem Doppelspalte ein Fernrohr  $F$  auf, vor dessen Objectivglase eine Glasplatte mit feinen parallelen senkrechten Linien befestigt war. Durch diese sieht man neben den Spalten, durch welche das Licht dringt,

noch eine Reihe von Nebenspectra sich darstellen, deren scheinbare Entfernung von dem Spalte der Wellenlänge des betreffenden Lichts proportional ist. Auf der hinteren Seite des Schirms  $S_2$  war eine Millimetertheilung in horizontaler Richtung angebracht. Es liefs sich nun leicht bestimmen, mit welchen Punkten der Theilung die Mitte der Nebenspectra der verschiedenen farbigen Strahlen zusammenfiel. Die so gemessene Entfernung des ersten rechten vom ersten linken Nebenspectrum einer jeden Farbe war bei übrigens unveränderter Einrichtung des Apparats der Wellenlänge proportional zu setzen. Um nun die absoluten Werthe der Wellenlängen zu bekommen, mafs ich auf dieselbe Weise die Entfernungen der Spectra für verschiedene Fraunhofer'sche Linien, und nahm für deren Wellenlängen die von Fraunhofer gefundenen Werthe, woraus ich dann die der von mir zu Weifs vereinigten Strahlen bestimmen konnte. Die relativen Verhältnisse der Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien stimmten gut mit den von Fraunhofer angegebenen überein; indessen wird die Genauigkeit der hier folgenden Angaben über die Wellenlängen complementärer Farben durch die Schwierigkeit sehr vermindert, die Reinheit des zusammengesetzten Weifs zu beurtheilen. Die Zahlen bezeichnen die Wellenlängen ausgedrückt durch Milliontheile eines Pariser Zolles.

Farbe.	Wellenlänge.	Complementär- farbe.	Wellenlänge.	Verhältnifs der Wellen- längen.
Roth	2425	Grünblau	1818	1,334
Orange	2244	Blau	1809	1,240
Goldgelb	2162	Blau	1793	1,206
Goldgelb	2120	Blau	1781	1,190
Gelb	2095	Indigblau	1716	1,221
Gelb	2085	Indigblau	1706	1,222
Grüngelb	2082	Violett	von 1600 ab	1,301

Im Violett mußten, seiner Lichtschwäche wegen, die äußersten Strahlen von der Wellenlänge 1600 ab alle zusammengefast werden. Zur Vergleichung setze ich die

von Fraunhofer für die festen Linien des Spectrum angegebenen Werthe her:

B. 2541

C. 2425

D. 2175

E. 1943

F. 1789

G. 1585

H. 1451.

Nach den gefundenen Zahlen habe ich die Curve Taf. I Fig. 3 construiert, welche die Wellenlänge einer Farbe als Function der Wellenlänge ihrer Complementarfarbe ausdrückt. Es sind auf der horizontalen und verticalen Abscissenaxe die Wellenlängen der Farben aufgetragen, so daß der Punkt A der Wellenlänge 1500 entspricht. Die Curve hat zwei congruente Arme  $\alpha_0\beta_0\gamma_0$  und  $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ , deren jeder mit beiden Enden asymptotisch in eine den Abscissenaxen parallele gerade Linie auszulaufen scheint. Die Kreuzchen auf und neben den Curven entsprechen genau den einzelnen Beobachtungen. Die Curve habe ich zwischen ihnen so gezeichnet, daß sie ihnen möglichst nahe blieb und eine continuirliche Krümmung bekam.

Auffallend ist die Vertheilung der complementären Farben im Spectrum. Während das äußerste Roth und Goldgelb einen beträchtlichen Raum zwischen sich haben, liegen ihre Complemente grünliches Blau und Cyanblau ganz dicht neben einander. Ebenso nehmen das äußerste Violett und Indigo einen sehr breiten Raum im Spectrum ein, während ihre Complemente grünliches Gelb und Gelb äußerst schmale Streifen sind. Auch die Betrachtung der Curven für die Wellenlängen der complementären Farben lehrt dies. Wenn man auf der horizontalen Abscissenlinie vom Violett zum Roth fortschreitet, ändert sich die Wellenlänge der Complementarfarbe anfangs äußerst langsam, wenn man zu den helleren und grünlichen blauen Tönen gekommen ist, dagegen äußert schnell. Das letztere ist ebenso im Gelb der Fall, während am rothen Ende die Aenderung wieder  
äu-



äußerst langsam wird. Damit hängt zusammen, daß sich in dem breiten Raume vom Ende des Roth bis zur Linie *C* der Ton des Rothen kaum merklich ändert, ebenso wenig der Ton des Violetten von der Linie *G* bis nach *l* hin. Auch im Orange und Blau ändert sich der Ton langsam, aber doch schon viel merkbarer. An der Gränze von Gelb und Grün einerseits und Blau und Grün andererseits sind dagegen die Uebergänge so schnell, daß sie ganz zu fehlen scheinen, wenn man ein reines Spectrum ohne starke Vergrößerung betrachtet, und hier vielmehr Grün unmittelbar an röthliches Orange und Himmelblau anzustofsen scheint. Man erstaunt über den außerordentlichen Reichthum prachtvoller Farbentöne, welchen diese Gegenden des Spectrum entfalten, wenn man durch eine der beiden Spalten des von mir construirten Schirms einfaches Licht dieser Theile gehen läßt, und den Spalt dann langsam verschiebt.

Daraus ergibt sich ein neuer Grund, warum die Complementarfarben des Roth und Violett in den gekreuzten Farbstreifen des Spectrum eines  $\nabla$ förmigen Spaltes bei meinen früheren Versuchen nicht zu entdecken waren. Diese Complementarfarben bilden nämlich außerordentlich schmale Streifen, zu deren Entdeckung die frühere Methode nicht ausreichte.

Indigblau und Gelb haben daber mancherlei Vorzüge vor den übrigen Paaren von Complementarfarben: geringere Empfindlichkeit des Auges für schwache Einmischungen beider in das Weiß, geringen Unterschied ihrer Brechbarkeit im Auge, hinreichende Breite der Farbenbänder im Spectrum. Alles dies erklärt, daß, nachdem es Newton überhaupt nicht gelungen war, Weiß aus nur zwei einfachen Farben zusammensetzen, zunächst eine einfachere Methode genügte, es mittelst Indigblau und Gelb zu erreichen, während eine mühsamere und complicirtere Vorrichtung für die übrigen Farben sich nothwendig zeigte.

Die Tafel, welche oben für die Wellenlängen der Complementarfarben gegeben ist, enthält in ihrer letzten Columne auch das Verhältniß der beiden Wellenlängen zu

einander. Sie zeigt, daß es nicht constant ist; es schwankt zwischen dem der Quarte 1,333 und dem der kleinen Terz 1,20. Es ist am kleinsten für Goldgelb und Cyanblau.

Endlich habe ich auch einige Versuche angestellt, um die Intensitätsverhältnisse zu ermitteln, welche complementäre einfache Farben haben müssen, wenn sie gemischt Weiß geben sollen. Vielleicht würde die Voraussetzung sehr annehmbar erscheinen, daß zwei solche Farben gleich lichtstark seyn müßten, um Weiß zu geben, weil man gewöhnt ist, die einfachen Farben als die gesättigtesten gleichmäÙig dem Weiß gegenüberzustellen. Diese Voraussetzung ist aber keineswegs richtig. Es fiel mir dieß zuerst bei der Mischung von Violett und Indigo mit ihren Complementarfarben auf. Die genannten beiden Farben sind nämlich bei gewöhnlicher mittlerer Helligkeit des gemischten Weiß auffallend lichtschwach, verglichen mit der Menge gelbgrünen oder gelben Lichts, welche nöthig ist, um mit ihnen Weiß zu geben. Ziemlich gleich hell erscheinen dagegen Orange und Cyanblau. Bei der richtigen Mischung von Roth mit Grünblau ist wiederum das erstere schwächer als das letztere. Um sich von diesen Verhältnissen zu überzeugen, ist es am bequemsten, ein dünnes Stäbchen vor das Feld zu halten, welches von dem gemischten Lichte erleuchtet wird. Das Stäbchen wirft dann zwei farbige Schatten, in denen die beiden einfachen Farben sich einzeln, und in der ihnen zukommenden Lichtstärke darstellen. Vor einem Felde, dessen Weiß aus Violett und Gelbgrün gemischt ist, erscheint zum Beispiel der violette Schatten sehr dunkel und scharf gezeichnet, der gelbgrüne dagegen sehr schwach, fast nur durch die Färbung kaum durch die Helligkeit von dem weißen Grunde unterschieden.

Ich habe auch versucht, das Verhältniß der Helligkeit complementärer Mengen von verschiedenen einfachen Farben wenigstens annähernd in Zahlen auszudrücken. Zu dem Ende setzte ich erst Weiß aus zwei Farben zusammen, und maß mikroskopisch die Breite des Spalts, durch welche

die hellere der beiden Farben drang. Dann verengte ich diesen Spalt, bis ein vor das Feld der Mischfarbe gehaltenes Stäbchen zwei gleich dunkle farbige Schatten entwarf, und maß wieder die Breite des Spalts. Die Lichtmenge der betreffenden Farbe war dann in demselben Verhältnisse verringert, wie die Breite des Spalts. Das Verhältniß der beiden gemessenen Breiten ergab also wenigstens annähernd das Verhältniß der Helligkeit beider Farben im Weiß.

Ich erhielt übrigens ziemlich verschiedene Ziffern, wenn die absolute Lichtstärke der Farben verschieden war, wie sich dies nach Dove's Versuchen über die Unterschiede in der Helligkeit von Pigmentfarben bei verschieden starker Erleuchtung erwarten liefs. Zwei farbige Lichtmengen, welche bei einer gewissen absoluten Lichtintensität gleich hell erscheinen, thun es im allgemeinen nicht mehr, wenn die Lichtmengen beider verdoppelt oder halbirt werden. Und zwar wird im ersteren Falle die minder brechbare der beiden Farben, im letzteren die brechbarere die hellere werden.

Ich fand deshalb folgende verschiedene Verhältnisse der Helligkeit complementärer Mengen:

	bei starkem Licht.	bei schwachem Licht.
Violett zu Grüngelb	1 : 10	1 : 5
Indigo zu Gelb	1 : 4	1 : 3
Cyanblau zu Orange	1 : 1	1 : 1
Grünblau zu Roth	1 : 0,44.	

Die erwähnte von Dove aufgefundenene Erscheinung liefs sich bei meinen Versuchen an den homogenen Farben sehr gut beobachten. Ich liefs zwei farbige Lichtmengen durch die Spalten des Schirms in solcher Menge dringen, dafs sie gleich dunkle Schatten warfen, und brachte zwischen den Heliostaten und den ersten Spalt eine einfache oder mehrfache Lage eines dünnen weissen Gewebes, welches einen Theil des Sonnenlichts zurückhält, ohne das Verhältniß seiner verschiedenartigen Bestandtheile zu ver-

ändern. Es erschien dann der Schatten der minder brechbaren Farben dunkler als der der brechbareren. Uebrigens wären die Unterschiede sehr gering, so lange ich beide Farben aus der minder brechbaren Hälfte des Spectrum, Roth bis Grünblau, nahm, viel auffallender zwischen denen der brechbareren Hälfte, und am stärksten, wenn man Violett mit einer der minder brechbaren Farben verband.

Unter diesen Verhältnissen mag es auffallend erscheinen, daß der Farbenton der Mischfarben, wie ich gefunden habe, sich so gut wie gar nicht zu ändern scheint, wenn die Lichtmenge vermehrt oder vermindert, das Verhältniß der gemischten Lichter zu einander aber nicht geändert wird. Setzte ich mittelst meines Apparates zwei Complementarfarben zu Weiß zusammen, und schwächte das einfallende Sonnenlicht durch Einschaltung eines weissen dünnen Gewebes, so konnte ich nie mit Entschiedenheit beobachten, daß das Weiß sich gefärbt hätte. Natürlich ist hierbei zu bedenken, daß überhaupt die Unterscheidung der Färbung bei sehr geringer Helligkeit, ebenso wie andererseits bei zu großer, unvollkommen ist. Indessen ist dieser Umstand doch nicht ganz hinreichend zur Erklärung, namentlich für die Farbenpaare Violett Grün-gelb und Indigblau Gelb, wo das Verhältniß der Helligkeit schon bei geringen Aenderungen der absoluten Lichtmenge sich beträchtlich ändert. Innerhalb solcher Grade von Helligkeit, in denen Unterscheidung der Farbentöne noch sehr wohl möglich ist, kann sich das Verhältniß der Helligkeit des Grün-gelb zum Violett, wie die obige Messungsreihe zeigt, etwa um das zweifache ändern, und doch erscheint die Mischung bei größerer Lichtstärke nicht grün-gelb, bei geringerer nicht violett, sondern immer weiß. Ich vermüthe, daß der hauptsächlichste Grund davon darin liegt, daß wir bei allen Graden der Helligkeit die Farbe des Sonnenlichts als das normale Weiß betrachten, und wenn in den künstlichen Farbenmischungen die blauen Farben bei geringer, die gelben bei größerer Lichtstärke überwiegen, dasselbe auch im Sonnen-

lichte der Fall seyn muſs. Darin liegt auch wohl die wissenschaftliche Rechtfertigung für die Sitte der Landschaftsmaler, welche hellen Sonnenschein durch gelbe, Mondschein durch blaue Farbentöne wiederzugeben pflegen. Uebrigens muſs bei dem Versuche die besprochene Erscheinung zu erklären, wahrscheinlich auch noch berücksichtigt werden, daſs die einfachen Farben selbst bei verschiedener Lichtstärke verschiedenen Farbenton zeigen.

Wir müssen nach den obigen Messungen der Helligkeit der zu Weifs gemischten Farben, den verschiedenen einfachen Farben eine verschiedene Sättigung der Färbung zuschreiben. Violett ist am meisten gesättigt; die andern Farben folgen ungefähr in folgender Reihe

Violett  
Indigblau  
Roth           Cyanblau  
Orange       Grün  
Gelb.

Es zeigt sich dieſs übrigens auch in andern Zusammenstellungen, wo nicht gerade Weifs gebildet wird. So giebt Roth mit gleich hellem Grün gemischt ein röthliches Orange, Violett mit gleich hellem Grün ein dem Violett nahe stehendes Indigblau. Dagegen geben Farben von ungefähr gleicher Sättigung und von gleicher Helligkeit mit einander gemischt auch Mischfarben, die von ihren beiden Conſtituenten ungefähr um gleichviel verschieden sind.

Schließlich noch einige Bemerkungen über Newton's Theorie der Farbenmischung, die er in der Construction des Farbenkreises niedergelegt hat. Das Wesentliche von Newton's Verfahren ist offenbar, daſs die einfachen und zusammengesetzten Farben in einer gewissen Weise in einer Ebene vertheilt gedacht werden, daſs man ihre Helligkeit durch entsprechende Gewichte darstellt, und dann die Mischfarbe der gegebenen Farben in dem Schwerpunkte dieser Gewichte findet. Diese Methode, das System der Farben darzustellen, ist vielleicht einer der sinnreichsten Einfälle des groſsen Denkers, und drückt die vorliegenden

Erfahrungen, — die aber freilich noch nicht geeignet sind einen strengen Beweis für die Richtigkeit jener Regel zu liefern — genügend aus. Newton selbst sagt darüber: *Hanc quidem regulam satis accuratam esse existimo ad experimenta agenda, quamvis non sit mathematice accurata.* Meine früheren Versuche hatten einige Ergebnisse geliefert, die auch den angegebenen allgemeinen Grundlagen der Newton'schen Regel widersprochen haben würden. Diese Widersprüche sind durch die mit besseren Hilfsmitteln erneute Untersuchung entfernt worden. Jedenfalls ist aber die Anordnung der einfachen Farben in der Ebene wesentlichen Aenderungen zu unterwerfen. Newton begnügt sich damit einen Kreis aus ihnen zu bilden, indem er die Enden des Spectrum an einander legt, und den einzelnen Farbstreifen dieselbe Breite giebt, die sie im Spectrum seiner Glasprismen haben, und auf deren Analogie mit den musikalischen Intervallen er ein großes Gewicht legte. Indessen ist es klar, daß erstens die Reihe der einfachen Farben in dem Farbenfelde keine geschlossene Curve bilden kann, indem die Farbentöne des äußersten Violett und Roth nicht continuirlich in einander übergehen, zwischen diesen Endfarben vielmehr Raum bleiben muß für die mannigfachen Farbentöne des Purpur, und diese sind dem Principe von Newton's Construction entsprechend auf einer geraden Linie zwischen dem äußersten Violett und Roth anzubringen. Macht man das Weiß zum Mittelpunkte von Polarcoordinaten, so müssen die purpurnen Töne einen ebenso großen Winkel ausfüllen, wie auf der anderen Seite die verschiedenen Töne des Grün, vom grünlichen Gelb bis zum grünlichen Blau. Newton selbst sagt (*Optice. Liber I, Pars II, Propos. IV*): *Denique si ruber et violaceus (color) inter se permisceantur, orientur inde varii colores purpurei, pro eo, qua proportione illi invicem commixti fuerint, diversi inter se, neque ullius coloris homogenei speciem aut similitudinem habentes.* Um die purpurnen Mischfarben auf dem Farbenkreise anzubringen, muß er aber etwas von der Regel abweichen,

die er für die übrigen Farben giebt. Während er nämlich sonst vorschreibt, die Mischfarbe werde den Ton haben, wie der am Ende desselben Radius liegende Theil des Spectrum, läßt er die auf die Trennungslinie des äußersten Violett und Roth oder nahe zu beiden Seiten derselben fallenden Mischfarben purpurn seyn, also weder dem äußersten Roth noch dem äußersten Violett entsprechen, worauf er noch ausdrücklich aufmerksam macht. Hier zeigt es sich also, daß er einen gewissen Raum an dieser Stelle den purpurnen Tönen einräumen muß. Hr. Graßmann läßt ebenfalls Roth und Violett sich an einander schließen, indem er auf die schon vorher besprochene Stelle von Hassenfratz sich beruft, wonach unter günstigen Witterungsverhältnissen das Spectrum auch Purpur enthalten soll.

Zweitens zeigen meine Versuche, daß das Verhältniß der Winkel, welche die einzelnen Farben auf der Farbenscheibe einzunehmen haben, ganz anders seyn muß, als das ihrer Breite im prismatischen oder Interferenzspectrum. Denn in beiden Spectren nehmen die Endfarben breite Räume ein, worin sich der Farbenton kaum merklich ändert, während ihre Complementarfarben sehr dicht zusammengedrängt sind. Daß in Newton's Farbenkreise die Endfarben zu breit sind, corrigirt übrigens den andern Fehler, daß kein Platz für den Purpur ist, in Beziehung auf die Resultate der Farbmischungen, einigermaßen.

Endlich scheint es mir sehr zweifelhaft, ob die Curve, in welche die einfachen Farben zu bringen sind, da sie überhaupt nicht einmal eine geschlossene ist, ein Kreisbogen seyn sollte. Newton hat den Kreis offenbar gewählt, weil ihm keine Verschiedenheit in der Beziehung der einfachen Farben zum Weiß bekannt war. In meinen Versuchen über die Mengenverhältnisse der zu mischenden Farben zeigen sich aber sehr beträchtliche Abweichungen, und wenn wir die Einheiten der Helligkeit verschiedener Farben nach den unmittelbaren Angaben unseres Auges festsetzen, ist es klar, daß Roth etwa zweimal so weit

vom Weiß entfernt seyn müsse als Grünblau, Violett fünf bis zehn Mal-so weit als Grüngelb, dafs also die Curve kein Kreis seyn könne.

Diese Behauptung scheint im Widerspruche zu seyn mit der Entwicklung, welche Grafsmann <sup>1)</sup> von den Principien des Newton'schen Farbenkreises gegeben hat. Hr. Grafsmann leitet nämlich dort aus denselben vier Grundsätzen, welche nothwendig und zureichend erscheinen, um das Problem, die Mischfarbe zu suchen, auf die Construction eines Schwerpunkts zurückzuführen, auch gleichzeitig die Nothwendigkeit ab, dafs die homogenen Farben in einem Kreisbogen liegen. Der scheinbare Widerspruch erklärt sich hier aus dem verschiedenen Sinne, den man diesen Grundsätzen beilegen kann. Die vier Grundsätze, welche nach Grafsmann nothwendig und genügend sind, um Newton's Methode in ihren wesentlichen Zügen zu rechtfertigen, sind:

1) Jede zusammengesetzte Farbe kann nachgeahmt werden durch Mischung einer homogenen (oder aus Violett und Roth gemischten purpurnen) Farbe mit Weiß.

2) Wenn von zwei zu vermischenden Lichtern das eine sich stetig ändert, ändert sich auch der Eindruck der Mischung stetig.

3) Gleich aussehende Farben gemischt geben gleich aussehende Mischungen.

4) Die Lichtintensität der Mischung ist die Summe aus den Intensitäten der gemischten Lichter.

Dieser vierte Satz kann in dreierlei wesentlich verschiedenem Sinne gebraucht werden, je nachdem man die Methode die Intensität zu messen festsetzt. Erstens könnte man nämlich die Lichtintensitäten verschiedener Farben gleich nennen, wenn sie dem Auge gleich hell erscheinen; dann würden die homogenen Farben in dem Farbenfelde jedenfalls keinen Kreis bilden, wie eben erörtert ist. Zweitens könnte man die Festsetzung der Mengeneinheiten des verschieden farbigen Lichts für willkürlich erklären, und

1) Diese Annalen Bd. LXXXIX. S. 78 bis 84.



den Grundsatz in dem Sinne nehmen, daß es eine Art die Einheiten festzusetzen gebe, bei welcher stets die Lichtintensität der Mischung gleich sey der Summe der gemischten Lichter. Legt man dem Satze diesen Sinn unter, so ergiebt eine weitere Untersuchung, daß dreien Farben, aber nicht mehreren, ein willkürlicher Ort im Farbenfelde, und eine willkürliche Einheit der Lichtintensität beigelegt werden könne, daß dann der Ort und die Einheit der Intensität für alle anderen, namentlich auch für alle homogenen Farben bestimmt sey, wobei nicht vorauszusehen ist, welche Curve diese bilden mögen.

Der Beweis ist leicht zu führen. Die drei willkürlich gewählten Farben (einfache oder zusammengesetzte), von denen aber keine aus den beiden anderen durch Mischung zu erzeugen seyn darf, setze man in drei beliebig gewählte Punkte  $A, B, C$ , Fig. 4 Taf. I, welche aber nicht in einer gerade Linie liegen dürfen, und bestimme die Einheiten der Lichtintensität willkürlich. Mischen wir jetzt die Quantität  $\alpha$  der Farbe  $A$ , die Quantität  $\beta$  der Farbe  $B$ , und die Quantität  $\gamma$  der Farbe  $C$ , und giebt dies die Quantität  $\delta$  einer Mischfarbe, so muß nach unserem Grundsätze gesetzt werden:

$$\delta = \alpha + \beta + \gamma;$$

also wird die Einheit der Lichtintensität der Mischfarbe zu setzen seyn gleich:

$$\frac{\delta}{\alpha + \beta + \gamma} = 1.$$

Ihr Ort ist nach Newton's Constructionsregel der Schwerpunkt der mit den Massen  $\alpha, \beta, \gamma$  beziehlich versehenen Punkte  $A, B, C$ . Es sey dies der Punkt  $M$ . Es sind also Ort und Mengeneinheit für jede aus den drei Farben mischbare neue Farbe gegeben.

Um den Ort einer aus den drei Farben  $A, B, C$  nicht mischbaren Farbe zu bestimmen, welche also außerhalb des Dreiecks  $ABC$  liegen wird, mische man eine Quantität  $\varepsilon$  dieser Farbe mit der Farbe, die im Punkte  $M$  des Farbenfeldes liegt. Es wird stets möglich seyn, die Quantität  $\varepsilon$

klein genug zu machen, daß durch Mischung eine andere Farbe erzeugt wird, die noch innerhalb des Dreiecks  $ABC$  liegt. Die Quantität dieser aus  $\delta$  und  $\varepsilon$  zusammengesetzten Farbe sey  $\delta_1$ , ihr Ort der Punkt  $M_1$ . Nach dem vierten Grundsätze müssen wir setzen

$$\varepsilon = \delta_1 - \delta$$

also die Einheit der neuen Farbe gleich  $\frac{\varepsilon}{\delta_1 - \delta}$ . Ihr Ort sey der Punkt  $E$ , dessen Lage dadurch bestimmt ist, daß  $M_1$  der Schwerpunkt der Masse  $\delta$  des Punktes  $M$ , und der Masse  $\varepsilon$  des Punktes  $E$  seyn muß. Es muß also  $E$  in der Verlängerung der Linie  $MM_1$  liegen und ferner muß seyn

$$\delta \cdot MM_1 = (\delta_1 - \delta) EM_1.$$

So ergibt sich also, daß nach Feststellung der Orte und der Intensitätseinheiten der Farben  $A, B, C$  die Orte und Intensitätseinheiten aller übrigen Farben des Farbenfeldes festgesetzt sind.

Es läßt sich ferner leicht nachweisen, daß, die Richtigkeit der genannten vier Grundsätze vorausgesetzt, die so gewonnene Anordnung der Farben die Construction der Mischfarben nach Newton's Methode erlaubt. Da dieser Beweis aber für den Zweck der vorliegenden Erörterung unnöthig ist, übergehe ich ihn hier.

Was die Curve der homogenen Farben betrifft, welche das so construirte Farbenfeld an einer Seite begränzen würde, so läßt sich über deren Natur nichts schließen. Sie ist fest bestimmt, sobald die Orte und Mengeneinheiten für die ersten drei Farben festgesetzt sind. Von diesen sechs Bestimmungsstücken bleiben zwei, nämlich eine Linedimension und eine Einheit der Lichtintensität, unter allen Verhältnissen willkürlich; es sind also im Allgemeinen vier Parameter der bezeichneten Curve veränderlich, aber dieß genügt natürlich nicht in allen Fällen, um eine andere Curve in einen Kreis verwandeln zu können. Die nähere Untersuchung zeigt, daß nur elliptische Bögen durch entsprechende Veränderung der Parameter in Kreisbögen ver-

wandelt werden können, und daß dann jede beliebige gemischte Farbe, also auch Weiß, in das Centrum des Kreises gebracht werden kann.

So viel über die zweite Auslegungsweise des vierten Grundsatzes. Die dritte endlich ist die, daß man schon eine Weise, die Intensitäten verschiedenfarbigen Lichts vergleichend zu messen, festgestellt habe, und man voraussetze, der genannte Grundsatz sey auch für diese bestimmte Art, die Intensitäten zu berechnen, richtig. So ist Grafsmann verfahren. Dadurch wird natürlich vielmehr hypothetisch angenommen als bei der zweiten Interpretation des vierten Grundsatzes, so daß in diesem Falle es auch möglich wird, Schlüsse auf die Form der Curve der homogenen Farben zu thun. Bei den Annahmen, die Hr. Grafsmann gewählt hat, wird diese ein Kreis mit Weiß im Mittelpunkte. Die Festsetzung seiner Maafseinheiten hat er übrigens nicht durch ein allgemeines Princip zu rechtfertigen gesucht, sondern sie ist offenbar nur aus der Voraussetzung hervorgegangen, daß die Curve der homogenen Farben ein Kreis werden müsse.

Vorläufig scheint mir die letztere Voraussetzung nicht hinreichend gerechtfertigt zu seyn, selbst wenn die wesentlichen Grundlagen von Newton's Methode, die Mischfarben durch Construction zu finden, beibehalten werden können. Wenn wir durch das Auge direct die Helligkeit verschiedener Farben vergleichen lassen, würde das Farbenfeld ungefähr die Form annehmen, welche in Fig. 5 Taf. I schematisch dargestellt ist. Die Entfernungen der Farben vom Weiß entsprechen hier ihren Sättigungsverhältnissen bei schwächerem Lichte. Nach den beiden Enden des Spectrum hin geben benachbarte Farben Mischungen vom Tone der zwischenliegenden Farbe und ziemlich gesättigter Färbung. Dort habe ich die Curve deshalb wenig gekrümmt. In der Gegend des Grün geben Töne, die wenig von einander verschieden sind, z. B. Grüngelb und Grünblau, schon ziemlich weißliche Mischungen, dem entspricht die stärkere Krümmung der Curve. Daß aus Roth und Indigo nur

weissliches Violett, aus Violett und Orange nur weissliches Roth gewonnen wird, wie ich in meinem früheren Aufsätze erwähnte, ergibt die Zeichnung ebenfalls. Dafs gleiche Theile Grün und Roth Orange, gleiche Theile Grün und Violett Indigblau geben, geht ebenfalls daraus hervor. Natürlich sind die meisten Verhältnisse dieser Zeichnung nur nach Gutdünken gewählt, und kann dieselbe keinerlei Anspruch auf Genauigkeit machen.

---

## II. Beiträge zur näheren Kenntniss des Wesens der sogenannten Coërcitio kraft; von Plücker.

I. In meiner früheren Abhandlung <sup>1)</sup> habe ich nachgewiesen, dafs der Magnetismus, welcher durch (paramagnetische oder diamagnetische) Induction in den verschiedenen Substanzen hervorgerufen wird, nicht der inducirenden Kraft proportional ist, sondern in jeder einzelnen Substanz nach einem besonderen Gesetze einem Maximum, dem Sättigungspunkte, sich nähert. Ich habe auf empirischem Wege gezeigt, dafs für jede der von mir untersuchten Substanzen der inducirte Magnetismus, nachdem die Einheit der inducirenden Kraft angenommen, sich durch Hülfe zweier von einander unabhängigen Constanten bestimmen läfst. Die eine dieser beiden Constanten habe ich *Inductions-* die andere *Widerstands-Constante* genannt. Wenn sich für eine Substanz ergeben sollte, dafs die Widerstands-Constante Null wäre, so würde für diese Substanz der inducirte Magnetismus der inducirenden Kraft proportional wachsen und dann die Empfänglichkeit derselben für Magnetismus blofs durch die Inductions-Constante angezeigt

1) Ueber das Gesetz der Induction bei paramagnetischen und diamagnetischen Substanzen. *Annal.* Bd. XCI. S. 1 bis 56.