

PERCORSI

ERWIN SCHRÖDINGER E LA SCIENZA DEL COLORE

C. Oleari(*)

Dipartimento di Fisica dell'Università di Parma e INFN - Parco Area delle Scienze 7A, 43100 Parma

Erwin Schrödinger è noto a tutti per la sua importantissima equazione, ma pochi lo conoscono per gli altri contributi scientifici. Conoscerli è una sorpresa, per la varietà, per la semplicità e soprattutto per il loro influsso sulla comunità scientifica. Chi si è interessato di biologia molecolare certamente conosce il suo libro «Cos'è la vita», ritenuto dagli addetti una delle maggiori fonti di ispirazione. Un altro contributo fondamentale è dato da Schrödinger alla scienza del colore, tra il 1920 e il 1926, prima di distrarsi con la sua famosa equazione. Qui consideriamo questo suo contributo alla scienza del colore. Ci risulta che le pagine scritte ammontano a 270: le pubblicazioni sono 8, di cui 6 sono lavori con contributi originali,

1) Theorie der Pigmente von grösster Leuchtkraft, *Annalen der Physik*, IV Folge, Bd. **62**, 603 - 622 (1920),

2) Grundlinien einer Theorie der Farbenmetrik im Tagessehen (I), *Annalen der Physik*, IV Folge, Bd. **63**, 397 - 426 (1920),

3) Grundlinien einer Theorie der Farbenmetrik im Tagessehen (II), *Annalen der Physik*, IV Folge, Bd. **63**, 427 - 456 (1920),

4) Grundlinien einer Theorie der Farbenmetrik im Tagessehen (III), *Annalen der Physik*, IV Folge, Bd. **62**, 481 - 520 (1920),

5) Farbenmetrik, *Zeitschrift für Physik* vol **1**, 459-466 (1920)

6) Über das Verhältnis der Vierfarben- zur Dreifarben- theorie, *Sitzungsber. Kaiserl. Akad. Wiss*, Wien [IIa] **134**, 471-490 (1925),

* oleari@fis.unipr.it

uno è il capitolo XI di un libro didattico di fisica

7) Das Auge und die Gesichtsempfindungen, *Müller-Pouillet Lehrbuch der Physik II*, 1. 11. Aufl, 456-560 (1926)

e infine

8) Ton und Farbe, *Das Feuilleton «Die Farbe»* Nr. **93**, (???)

è un breve articolo divulgativo, lungo solo due pagine, apparso nel «feuilleton» di un quotidiano.

Una osservazione più attenta rivela che i momenti produttivi sono stati due: il primo porta alla serie dei cinque articoli pubblicati nel 1920, di cui quattro apparsi sugli «*Annalen der Physik*», ed il secondo momento porta al lavoro «*Über das Verhältnis der Vierfarben- zur Dreifarben- theorie*» apparso nel 1925. In questi due momenti Schrödinger affronta altrettanti problemi della teoria della visione a colori, la cui importanza è primaria: la metrica dello spazio del colore e la controversia Helmholtz-Hering. Oggi, dopo circa ottant'anni, questi problemi sono di fatto ancora aperti, nel senso che non esiste una teoria definitiva, anche se molta chiarezza è stata fatta nella fenomenologia e nella fisiologia relative a questi problemi.

Rivolgendoci a un lettore estraneo alla scienza del colore, per considerare questi due problemi e vedere i contributi di Schrödinger, occorre una introduzione al fenomeno della visione a colori e alla sua formalizzazione. Questa ha radici molto antiche che possiamo far risalire a Isaac Newton⁽¹⁾, e poi a Thomas Young⁽²⁾, Hermann von Grassman⁽³⁾, James Clerk Maxwell⁽⁴⁾ e Hermann von Helmholtz⁽⁵⁾. Senza entrare nei dettagli di questo percorso, anche se affascinante ed emozionante per la statura dei suoi protagonisti, tentiamo una introduzione

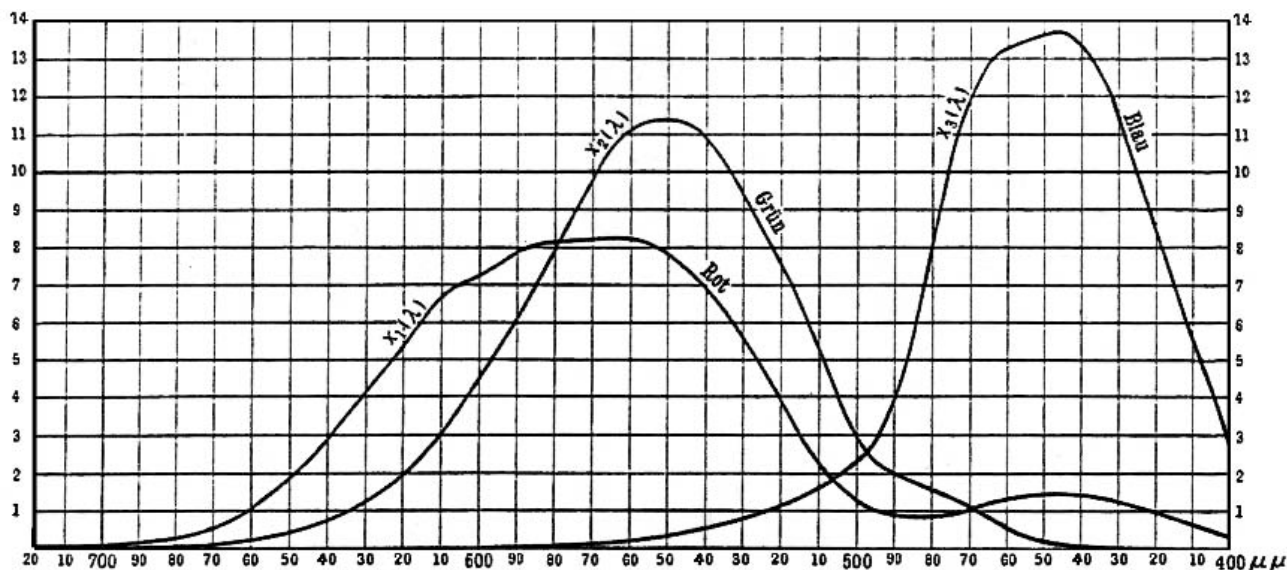


Fig. 1. - Sensibilità spettrali dei tre tipi di coni proposte da A. König ed usate da Schrödinger. Tali funzioni sono oggi nominate *funzioni colorimetriche fondamentali* (in inglese *fundamental Color-Matching Functions* e in tedesco, nell'articolo di Schrödinger, *Grundempfindungskurven*).

sintetica facendo uso proprio delle belle figure e delle notazioni di Schrödinger, che l'esperto sicuramente apprezzerà per la chiarezza e la modernità, anche se diverse dalle notazioni correnti standardizzate dalla *Commission Internationale de l'Éclairage* (CIE) ⁽⁶⁾.

La visione a colori è un processo che consta di più stadi:

- Il primo stadio è quello della *trasduzione*, operata da tre tipi di fotorecettori, cellule note come *coni* e localizzate nella retina sul fondo dell'occhio. I coni assorbono la radiazione elettromagnetica incidente in diverse entità loro proprie. Questo stadio è descritto dalla teoria di Young-Grassman-Maxwell-Helmholtz ed è ben rappresentato dallo *spazio del tristimolo*.

- Il secondo stadio consiste nell'*elaborazione* dei segnali generati nella trasduzione e avviene nella retina dell'occhio. L'elaborazione è non lineare ed è evidenziata da osservazioni fisiologiche di Gunnar Svaetichin del 1956 ⁽⁷⁾ e da esperienze psicofisiche di Hurvich-Jameson nel 1957 ⁽⁸⁾.

- Il terzo stadio, infine, consiste nell'ultima *elaborazione*, che avviene nell'encefalo. Questa elaborazione è poco conosciuta e per ora non ha ruolo nella pratica colorimetrica.

Consideriamo per prima la trasduzione. I tre tipi di coni sono caratterizzati da diverse *sensibilità spettrali*, rappresentate dalle funzioni $x_1(\lambda)$, $x_2(\lambda)$ e $x_3(\lambda)$ riportate in fig. 1 (λ è la

lunghezza d'onda), e, se colpiti da un flusso luminoso avente distribuzione spettrale di potenza $f(\lambda)$, assorbono rispettivamente le seguenti quantità di radiazione:

$$X_1 = \int_{\text{spettro visibile}} f(\lambda) x_1(\lambda) d\lambda,$$

$$X_2 = \int_{\text{spettro visibile}} f(\lambda) x_2(\lambda) d\lambda,$$

$$X_3 = \int_{\text{spettro visibile}} f(\lambda) x_3(\lambda) d\lambda.$$

Le terne (X_1, X_2, X_3) sono elementi di uno spazio vettoriale lineare, noto come *spazio del tristimolo*, che Schrödinger rappresenta con la fig. 2. I vettori di base sono \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 e \mathbf{F}_3 e lo *stimolo di colore* \mathbf{F} associato al flusso $f(\lambda)$ è rappresentato da

$$\mathbf{F} = X_1 \mathbf{F}_1 + X_2 \mathbf{F}_2 + X_3 \mathbf{F}_3.$$

Le terne con significato fisico sono costituite da numeri positivi e, in particolare, data la forma delle funzioni $x_i(\lambda)$ ($i = 1, 2, 3$), solo una parte dell'ottante delle terne positive ha significato fisico. La regione a cui appartengono tali vettori è evidenziata in fig. 2. Il riferimento così definito nello spazio del tristimolo è detto *riferimento fondamentale*.

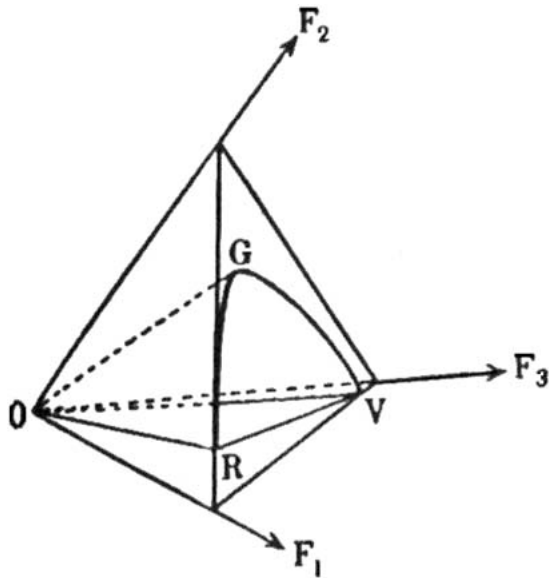


Fig. 2. - Riferimento fondamentale dello spazio del tristimolo e piano del diagramma di cromaticità.

Se si moltiplica il flusso $f(\lambda)$ per un fattore costante, si modifica la lunghezza del vettore mentre la direzione rimane invariata. La direzione definisce la *cromaticità* dello stimolo di colore, la quale ha un grande ruolo pratico.

Poiché le direzioni dei vettori con significato fisico, e quindi anche le cromaticità, sono in corrispondenza biunivoca con i punti intersezione tra gli stessi vettori e un piano intersecante i tre vettori di base, si suole considerare tale piano per rappresentare la cromaticità degli stimoli di colore (fig. 3 e 4). La figura risultante è nota come *diagramma di cromaticità* (per Schrödinger *Farbendreieck*) e gode delle seguenti proprietà:

- gli stimoli di colore dovuti a radiazioni monocromatiche hanno cromaticità appartenenti ad una linea continua, storicamente nota come *spectrum locus*, i cui punti sono associati alle corrispondenti lunghezze d'onda (fig. 3) o alle tinte dell'iride (fig. 4);
- gli estremi dello *spectrum locus* sono anche gli estremi di un segmento rettilineo (fig. 4), i cui punti sono le cromaticità delle tinte *porpora* o *magenta* (tinte alle quali non corrispondono radiazioni monocromatiche);
- il punto *W* rappresenta la cromaticità della radiazione bianca e si trova al centro del triangolo *RGB*;
- i punti del diagramma di cromaticità sono

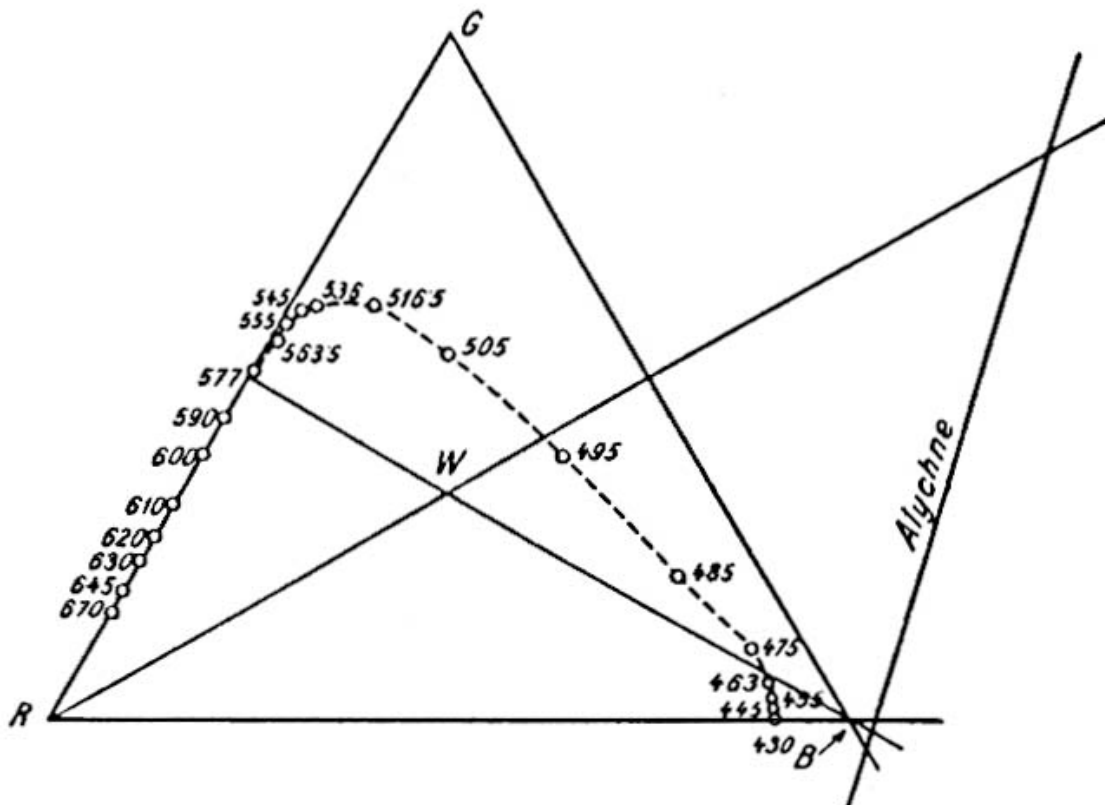


Fig. 3. - Diagramma di cromaticità relativo al riferimento fondamentale con *spectrum locus* e *Alychne*. I numeri si riferiscono alla lunghezza d'onda espressa in nm.

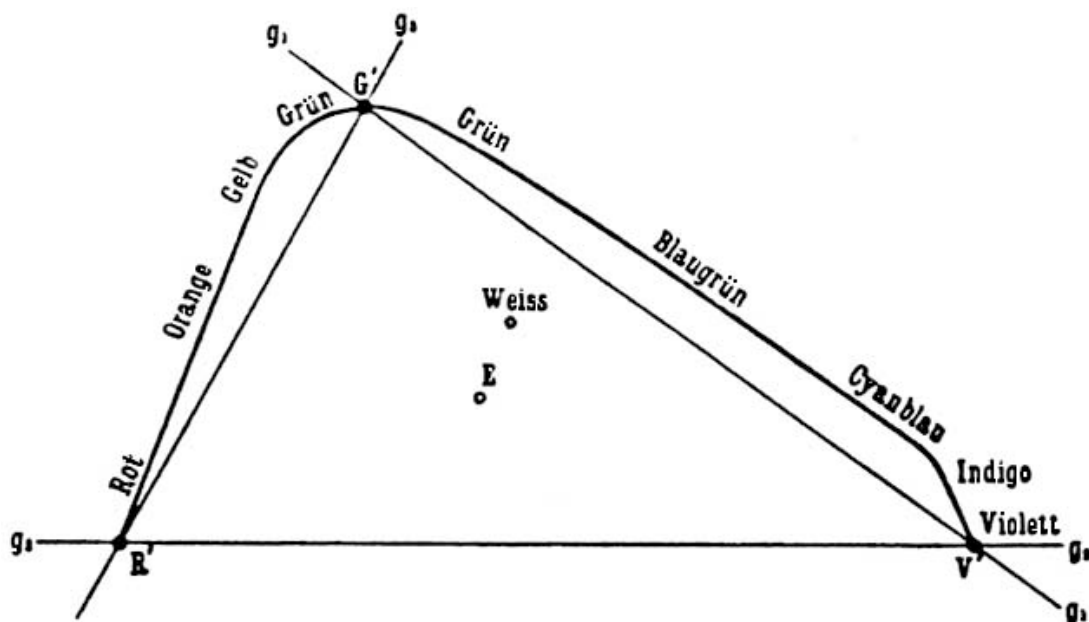


Fig. 4. - Diagramma di cromaticità relativo al riferimento fondamentale con *spectrum locus* e tinte dell'iride. Questo diagramma è chiamato da Schrödinger *Farbentafel*, cioè tavola dei colori.

individuabili mediante terne di *coordinate baricentriche*, il cui ruolo fu intuito da Newton, alla fine del 1600, oltre 150 anni prima che il calcolo vettoriale prendesse corpo (non definiamo le coordinate baricentriche perché riteniamo che siano note al lettore);

- la cromaticità nella *sintesi additiva* dei flussi luminosi è facilmente calcolabile, grazie alle proprietà delle coordinate baricentriche, e così pure si costruiscono le coppie di *colori complementari*, quelli che sommandosi danno origine al colore bianco .

In base agli studi di Abney-Exner-Kohlrausch, la *luminosità* h (traduzione dal tedesco *Helligkeit* — oggi useremmo *luminanza*, mentre con la parola letteralmente più vicina, *chiarezza*, si intende una grandezza differente) di uno stimolo di colore (X_1, X_2, X_3) , è data dall'equazione

$$h = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3,$$

oggi nota come *legge di Abney*, la quale rappresenta un piano nello spazio del tristimolo e le costanti a_i ($i = 1, 2, 3$) sono note come *coefficienti di luminosità di Exner*. Schrödinger chiama *Isolychne* i piani a luminosità costante. In particolare chiama *Alychne* la retta intersezione tra il piano a luminosità nulla, $h = 0$, e il piano del diagramma di cromaticità (fig. 3), la quale è il luogo delle cromaticità relative a sti-

moli non fisici aventi luminosità nulla. La fortuna di questa definizione è grande al punto che nel 1931 questa linea viene scelta come linea delle ascisse nel diagramma di cromaticità standard della CIE. La pratica colorimetrica di oggi è condizionata, nel bene e nel male, da questa scelta proposta da Deane B. Judd⁽⁹⁾ e ispirata al lavoro di Schrödinger. Non apriamo la discussione su questa scelta e sulle sue conseguenze, perché molto complessa, anche se meriterebbe farlo per la sua grande attualità.

Siamo ora pronti a considerare il primo problema affrontato da Schrödinger, quello della metrica dello spazio del colore. Se si associa allo spazio del tristimolo una metrica euclidea si osserva che a uguali differenze di colore percepito non corrispondono uguali distanze, cioè lo spazio del tristimolo nel sistema di riferimento fondamentale sopra definito non ha scale uniformi. Attuando trasformazioni lineari in questo spazio, le scale si modificano ma in nessun modo si raggiunge la situazione di scale uniformi. Il problema è di grande importanza, sia pratica sia conoscitiva. Hermann von Helmholtz è il primo a porre questo problema e nell'edizione postuma del suo libro «*Handbook der physiologischen Optik*»⁽⁵⁾ indica una via di soluzione mediante la definizione di un tensore metrico. Schrödinger riprende le idee di Helmholtz e, dopo una analisi critica, le sviluppa fino

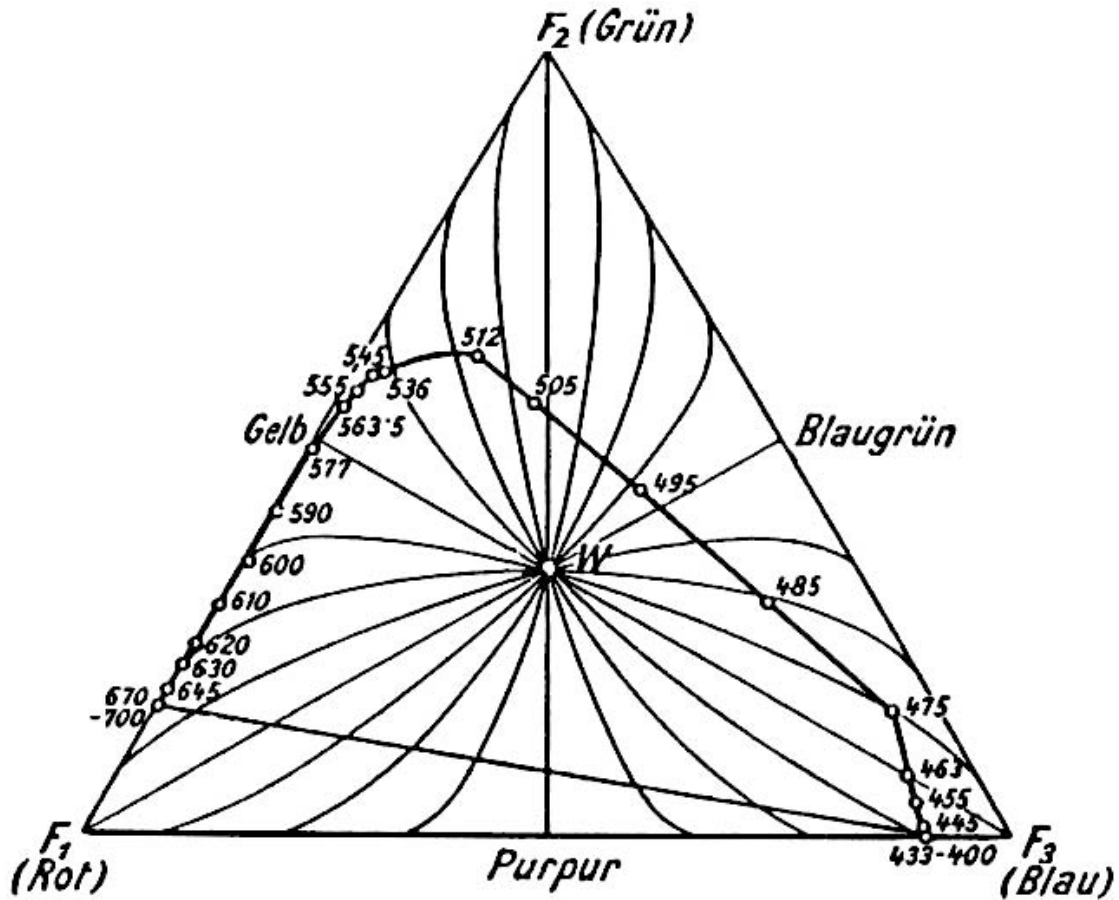


Fig. 5. - Diagramma di cromaticità nel riferimento fondamentale e linee di uguale tinta previste da Schrödinger. Tali linee non sono limitate alla sola ragione fisica del diagramma, ma estese all'intero triangolo $F_1 F_2 F_3$ mettendo in evidenza la simmetria ipotizzata tra i tre tipi di coni. I numeri si riferiscono alla lunghezza d'onda espressa in nm.

76

a proporre la seguente equazione relativa all'elemento di linea ds^2 nel riferimento fondamentale

$$\begin{aligned}
 ds^2 &= \frac{1}{a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3} \times \\
 &\times \left\{ \frac{a_1}{X_1} dX_1^2 + \frac{a_2}{X_2} dX_2^2 + \frac{a_3}{X_3} dX_3^2 \right\} = \\
 &= \frac{1}{h} \left\{ \frac{a_1}{X_1} dX_1^2 + \frac{a_2}{X_2} dX_2^2 + \frac{a_3}{X_3} dX_3^2 \right\},
 \end{aligned}$$

da cui emerge chiaramente che

- il metro con cui si misurano le distanze si accorcia al crescere della luminosità h ;
- i tre tipi di fotorecettori operano in modo indipendente, poiché ds^2 non dipende da prodotti misti $dX_i dX_j$.

Schrödinger, applicando questa equazione, definisce le linee di uguale tinta sul diagramma di cromaticità come i percorsi più brevi tra il

punto relativo al bianco e i punti dello *spectrum locus* (fig. 5). L'esperienza mostra che nella sintesi additiva delle luci, al variare del rapporto di miscelazione tra la luce bianca e una monocromatica, la tinta non rimane costante, escluso che per 3 lunghezze d'onda. Il fenomeno è noto come *Abney hue shift*. La previsione di Schrödinger è buona anche se oggi si ritiene che i meccanismi della visione non sono quelli da lui ipotizzati. Comunque, l'autorevolezza di Schrödinger e la forza delle sue ipotesi richiedono che chiunque affronti il problema della metrica dello spazio del colore debba confrontarsi con lui. Oggi si propende a considerare la discriminazione del colore come fenomeno relativo al secondo stadio della visione e quindi deve essere rappresentato in uno spazio del colore diverso dallo spazio del tristimolo e derivabile da questo mediante trasformazioni non lineari. Molte sono le proposte, ma, per ora, nessuna è ritenuta definitiva. Nella pratica colorimetrica è molto diffuso l'uso dello spazio CIELAB, pro-

posto dalla CIE nel 1976. Questa è una scelta solo pratica, infatti tutti ritengono che questo spazio non descriva correttamente il processo della visione a colori.

Passiamo ora a considerare il secondo problema affrontato da Schrödinger: la controversia Helmholtz-Hering⁽¹⁰⁾. La teoria tricromatica della visione a colori di Helmholtz è quella relativa allo spazio del tristimolo, mentre Ewald Hering si rifà a considerazioni sulla fenomenologia percettiva che lo portano a formulare ipotesi diverse. Per Hering nello spazio del colore esistono sei direzioni principali, distinte in tre coppie tra loro opponenti, una caratterizzata dall'opponenza *chiaro-scuro* e le altre due caratterizzate da coppie di *tinte uniche opponenti*.

Le tinte si distinguono in *uniche* e in *binarie*: esistono quattro tinte uniche, nelle quali non si percepisce la presenza di altre tinte, e sono ordinatamente le tinte rossa, gialla, verde e blu, mentre le altre tinte sono binarie e sembrano la

miscela di due tinte uniche contigue, per esempio la tinta arancia nasce da una miscela di tinta rossa e gialla. In questa descrizione la tinta blu e la rossa sono contigue e dalla loro miscela si formano le tinte porpora. Da ciò nasce la consuetudine di ordinare le tinte su un cerchio. Le lunghezze d'onda corrispondenti alle tinte uniche sono 477 nm per la blu, 515 nm per la verde, 583 nm per la gialla mentre per la rossa occorre una miscela di lunghezze d'onda corte e lunghe a cui corrisponde la lunghezza d'onda complementare 493.6 nm. Le coppie di tinte non contigue, la coppia rosso-verde e la coppia giallo-blu, nel miscelarsi non portano a nuove tinte ma si annullano a vicenda dando origine a un colore acromatico, cioè privo di tinta. La visione di Hering è quadricromatica, diversamente da quella di Young-Maxwell-Helmholtz, che è tricromatica. La controversia, molto animata, è oggi superata in quanto le due visioni, ovviamente corrette perché basate su osservazioni fenomenologiche certe, si riferiscono, rispettivamente, a due diversi stadi della visione a

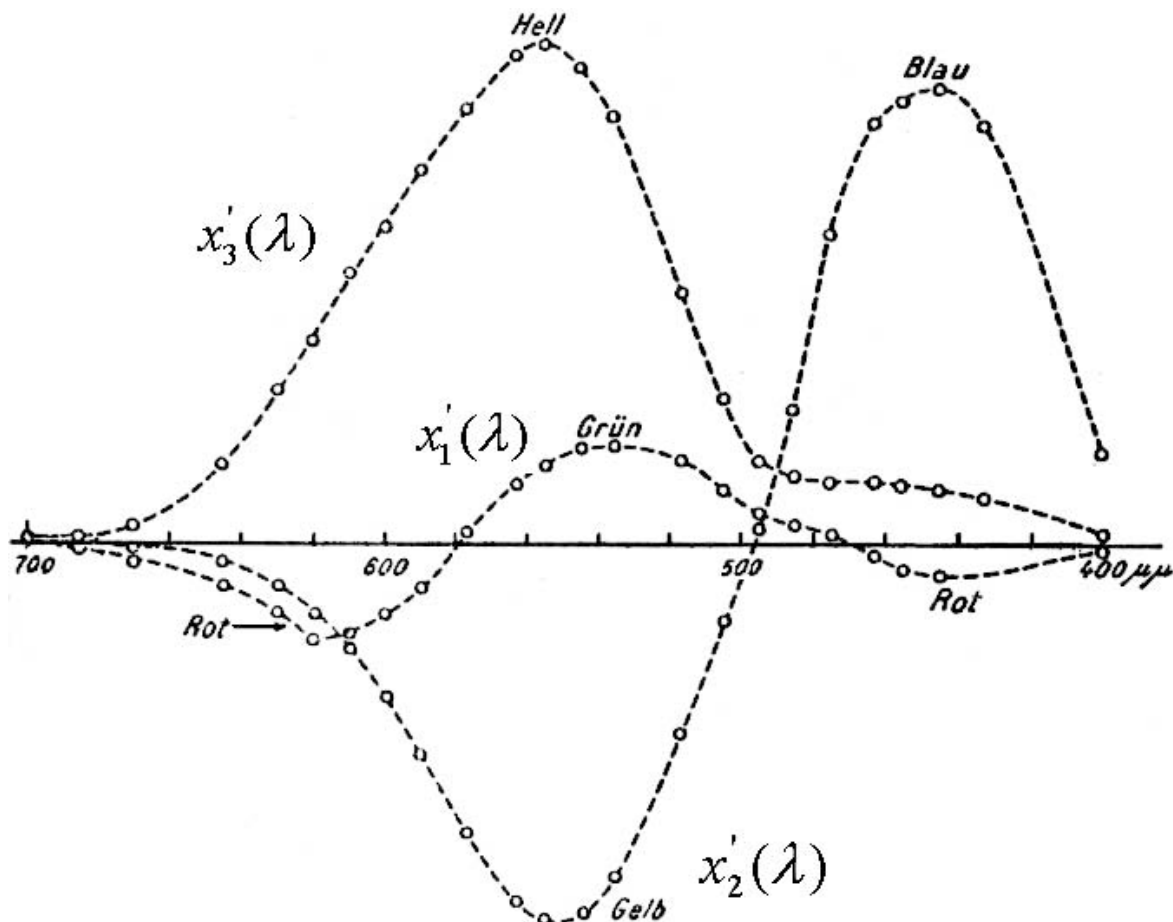


Fig. 6. - Funzioni note come Valenze di Hering espresse in funzione della lunghezza d'onda, derivate dalle sensibilità fondamentali di Koenig (fig. 1), a cui corrisponde il diagramma di cromaticità proposto da Schrödinger in fig. 7.

colori: la visione tricromatica si riferisce al primo stadio, in cui operano tre tipi di fotorecettori con le loro sensibilità spettrali, mentre la visione quadricromatica si riferisce al secondo stadio della visione, nel quale sono definite tre *funzioni di risposta cromatica*, una funzione per ogni opponenza. Queste funzioni sono forse riconducibili ai potenziali elettrici delle cellule orizzontali viste da Svaetichin⁽⁷⁾: le cellule orizzontali sono di tre tipi e, poiché sono a diretto contatto con i fotorecettori, si suppone che operino un confronto tra i segnali generati dai tre tipi di coni, il quale si manifesta nel loro potenziale elettrico. Le funzioni di risposta cromatica sono anche riconducibili alle *valenze di colore* di Hering e alle *valenze cromatiche* di Jameson e Hurvich⁽⁸⁾.

Schrödinger ipotizza che le valenze di colore proposte da Hering (fig. 6) siano derivabili dalle sensibilità spettrali $x_i(\lambda)$ ($i = 1, 2, 3$) mediante trasformazioni lineari. In particolare la funzione

$$x'_3(\lambda) = 1.685x_1(\lambda) + 1.274x_2(\lambda) + 0.040x_3(\lambda)$$

rappresenta la sensibilità spettrale fotometrica, indicata $V(\lambda)$ dalla CIE nel 1924. Inoltre, seguendo un'idea di Guild, Schrödinger rappresenta il nuovo diagramma di cromaticità (fig. 7) sulla base di due coordinate cartesiane ortogonali

$$x = \frac{x'_1}{x'_1 + x'_2 + x'_3}, \quad y = \frac{x'_2}{x'_1 + x'_2 + x'_3}$$

dove

$$x'_1 = 0.960(X_3 - X_2), \quad x'_2 = 0.685(X_2 - X_1)$$

sono le equazioni dei piani, le cui intersezioni col diagramma di cromaticità di fig. 3 sono rappresentate dalle rette passanti per il punto W .

Questo diagramma di cromaticità è molto interessante e in esso vale ancora la *regola del centro di gravità* introdotta da Newton⁽¹⁾. Per esempio l'“Alychne” forma con gli assi di riferimento angoli di 45°. Schrödinger si sofferma a

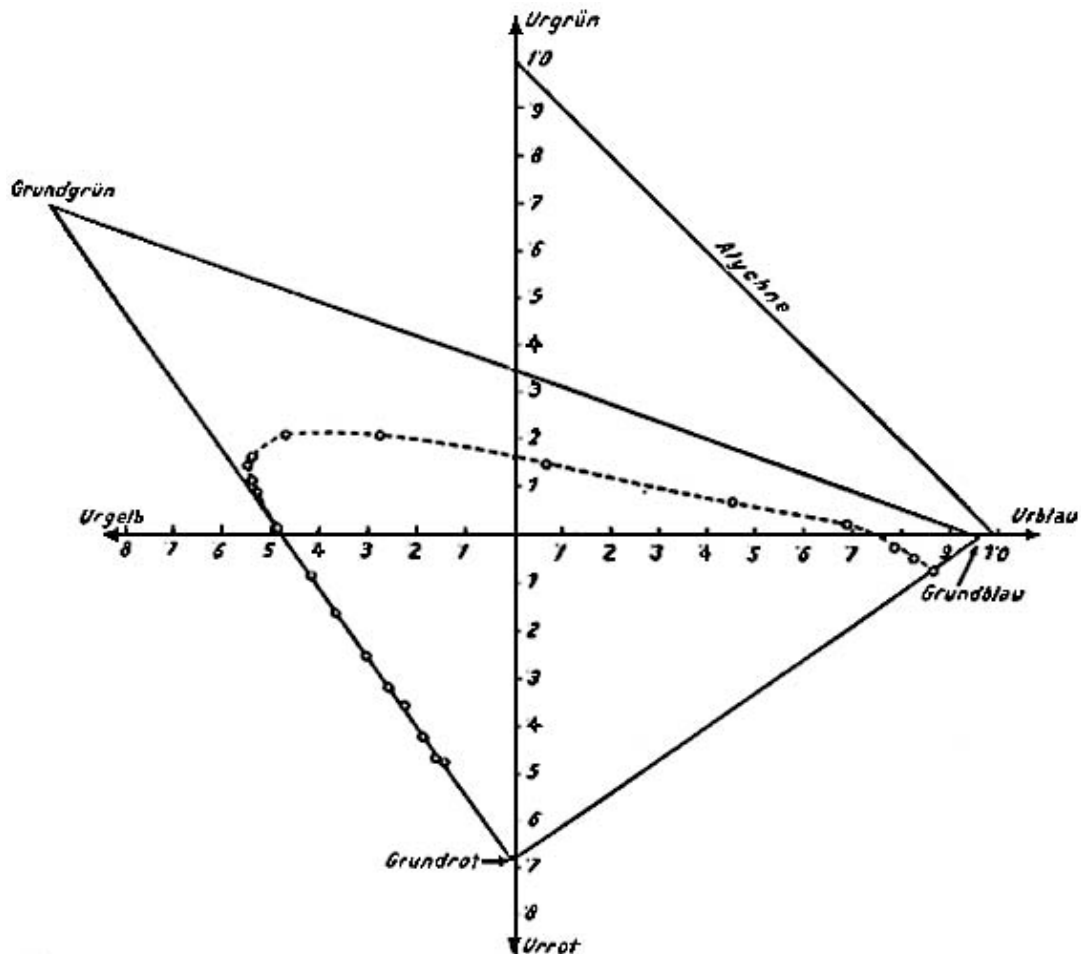


Fig. 7. - Diagramma di cromaticità ottenuto mediante trasformazione proiettiva da quello rappresentato in fig. 3 con lo scopo di evidenziare l'opponenza dei colori di Hering.

considerare in dettaglio le proprietà di questo diagramma, mostrando con ciò che crede fermamente in esso. Ma proprio da questo diagramma di cromaticità emergono proprietà delle tinte uniche in contraddizione con l'esperienza:

– In questo diagramma le tinte assunte come uniche risultano distinte in due coppie congiunte da rette passanti per il bianco, cioè il rosso unico è complementare al verde unico e il blu unico è complementare al giallo unico. Ciò è in contraddizione con l'esperienza, secondo la quale la linea che congiunge il blu unico al giallo unico non passa per il bianco ma passa rispetto al bianco dal lato delle tinte rosse. Analoga osservazione vale per la coppia di tinte uniche rosso-verde.

– Il rosso unico è associato a una lunghezza d'onda mentre in realtà è prodotto da una miscela di corte e lunghe lunghezze d'onda.

Non si intende qui analizzare ulteriormente la ricerca condotta da Schrödinger sulla visione a colori, perché diventerebbe opera da specialisti e andrebbe oltre gli scopi di questo articolo. Una conclusione è comunque d'obbligo. Tutte le proposte di Schrödinger sono sicuramente affascinanti e importanti al punto che non possono essere ignorate, ma nessuna di queste proposte è oggi ritenuta descrivere compiutamente il fenomeno visivo a cui si riferisce. Oggi la luminanza è una grandezza molto discussa e tutta la fotometria, basata sulla definizione di luminanza, sembra poggiare su basi meno certe. La stessa colorimetria, soprattutto alla luce dei recenti lavori di W. Thornton⁽¹¹⁾, richiede una ridefinizione. Quindi i piani equiluminanti ("Isolychne") e l'"Alychne" perdono il loro ruolo, almeno nella definizione di Schrödinger. Così pure la descrizione dei processi opponentisi come fenomeni linearmente dipendenti dalla trasduzione non può essere accettata. I punti forti di tutta l'analisi di Schrödinger sono altrettanti punti deboli perché sono semplificazioni troppo grandi, oggi respinte dall'evidenza sperimentale. Il fenomeno della visione a colori è più complesso di quanto ipotizzato da Schrödinger. Comunque, dobbiamo dir «grazie Schrödinger!», perché il suo lavoro ancora una volta ci scuote e soprattutto ci invita a pensare in modo semplice.

Ringraziamenti

Questo lavoro è stato realizzato nell'ambito del programma di ricerca scientifica «Cofinanziamento MIUR 2002» intitolato «Modellizzazione psicofisica e computazionale della percezione contestuale del colore».

Bibliografia

- (1) I. NEWTON, *Optiks* (1704), ristampa (Dover Pub. Inc., 1979).
- (2) T. YOUNG, *On the Theory of Light and Colours*, *Philos. Trans. R. Soc. London*, **92** (1802), 20-21.
T. YOUNG, *A Course of Lectures on Natural Philosophy and Mechanical Arts* (P. Kendall, Taylor & Watson, London 1862).
- (3) H. GRASSMAN, *Zur Theorie der Farbenmischung*, *Poggendorf Ann. Physik Chem.*, **89** (1853), 69-84.
- (4) J. C. MAXWELL, *On the Theory of Colours in relation to Colour-Blindness*, *Trans. R. Scottish Soc. Arts* **4**, Part III, (1856), 394-400.
J. C. MAXWELL, *Experiments on Colours, as perceived by the Eye, with remarks on Colour-Blindness*, *Trans. R. Soc. Edinburgh* **21**, Part II (1857), 275-298.
J. C. MAXWELL, *On the Theory of Compound Colours with reference to Mixtures of Blue and Yellow Light*, *Report of the British Association* (1856).
J. C. MAXWELL, *Account of Experiments on Perception of Colour*, *Philos. Mag.*, **14** (1855).
J. C. MAXWELL, *On the Theory of Compound Colours, and the relations of the Colours of the Spectrum*, *Philos. Trans. R. Soc. London*, **150** (1860) 57-84.
J. C. MAXWELL, *On the Theory of Three Primary Colours, Lecture at the Royal Institution of Great Britain*, (1861).
J. C. MAXWELL, *On Colour-Vision at different points of the retina*, *Report of the British Association* (1870).
J. C. MAXWELL, *On Colour Vision*, *Proceedings of the Royal Institution of Great Britain* **6**, 260-272 (1872).
- (5) H. von Helmholtz, *Kürzeste Linien im Farben system*, *Sitzung. Akad. Wissensch. Berlin*, **17** (1891) 1071-1083.
H. von HELMHOLTZ, *Handbook der physiologischen Optik*, 2nd Ed. (L. Voss, Hamburg, 1896).
- (6) Publication CIE N° 15.2, *Colorimetry*, 2nd edition, Central Bureau of the CIE, A-1033 Vienna, P.O. BOX 169 Austria (1986).
- (7) G. SVAETICHIN, *Spectral Response Curves from Single Cones*, *Acta Physiologica Scandinavica* **39** (Supp. 134) (1956) 17-47.
- (8) D. JAMESON and L. M. HURVICH, *Some quantitative aspects of an opponent-color theory, I. Chromatic responses and spectral saturation*, *J. Opt. Soc. Am.*, **45** (1955) 546-552.
L. M. HURVICH and D. JAMESON, *Further development of a quantified opponent-colors theory*, in *Visual Problems of Colour* **2**, 693-723 NPL Symposium n. 8, London (1958).
- (9) D. B. JUDD, *Reduction of data on mixture of color stimuli*, *Bureau of Standards Journal of Research* **4**, 515-548 (1930).
- (10) R. STEVEN TURNER, *In the Eye's Mind. Vision and Helmholtz-Hering Controversy* (Princeton University Press, New Jersey, 1994).
- (11) W. A. THORNTON, *Toward a more accurate and extensible colorimetry, Parts I-III, Color Research and Application*, Vol. **17** (1992) 79-122; 162-186.
M. H. BRILL, *Musings on Gertrude Stein and Observer Metamerism*, *Color Res. Appl.*, **25** (2000) 88-89.